HELP Matemáticas: Ejercicios

Yonny ¨Rivero¨ Barzaga Lauzurique

Archivo adjunto a HELP MATEMÁTICAS
Este documento expone una gran cantidad de ejercicios de preparación para la Prueba de Ingreso de Matemática y de auxiliar para otros exámenes.

Directorio Estudiantil
12 de Enero

2025

Nota del Autor:

Nota: Muchos de los exámenes son parte de una recopilación de compilaciones ya existentes. No se tiene la información de los verdaderos autores de muchos de estas pruebas pero crédito para ellos.

HOY NO HAY MEME

Índice:

Nota del Autor……1
Índice……2
Ejercicios Categorizados……3
Contacto……71
Nosotros……72

EJERCICIOS CATEGORIZADOS

"Este semestre si me voy a concentrar y voy a prestar atención en clases"

Yo en clases:

SDLG
Verdad que te engañé

Pregunta 1

.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

(Dominios Numéricos y Conjuntos)

1. El conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) es un subconjunto del conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$).
2. Todo número racional es también un número irracional.
3. La unión del conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$) y el conjunto de los números irracionales ($\mathbb{I}$) es el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$).
4. Si A = $\{x \in \mathbb{Z}: x^2 < 9\}$ y B = {-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3}, entonces A ⊂ B.
5. El conjunto $\{\sqrt{3}, \pi$, 1.73205...$\}$ son todos números irracionales.
6. La intersección de los números naturales y los números enteros negativos es el conjunto vacío ($\emptyset$).
7. Si A = {0; 1; 2; 3} y B = {x ∈ $\mathbb{R}$: x > 0}, entonces A ⊂ B.
8. La diferencia entre el conjunto de los números racionales y el conjunto de los números enteros es siempre un conjunto vacío.
9. Si x ∈ A y x ∉ C, entonces x ∈ (A ∪ C).
10. La diferencia de dos números naturales es siempre un número natural.
11. El número -2/3 pertenece al conjunto de los números racionales.

(Funciones)

12. La función definida en $\mathbb{R}$ por $f(t) = -t + 1$ es creciente en todo su dominio.
13. La función g definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $g(x) = 2x^3$ es impar.
14. Toda ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ (con a, b y c números reales y a ≠ 0) tiene al menos una solución real.
15. La función h definida en $\mathbb{R}$ por h(x) = $\sqrt{x}$ tiene como dominio {x ∈ $\mathbb{R}$}.
16. El conjunto imagen de la función g definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $g(x) = 0.2^{x-1}$ es {y ∈ $\mathbb{R}$: y > 0}.
17. La función definida en $\mathbb{R}$ de ecuación y = |x| - 1 no tiene ceros.
18. La función definida en $\mathbb{R}$ por la expresión f(x) = 2cos(x) es inyectiva.
19. La función definida en $\mathbb{R}$ de ecuación y = |x| + 2 es par.
20. Las funciones definidas en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y=ax^2+bx+c$, donde a, b y c son números reales y a<0, alcanzan el valor mínimo en la abscisa del vértice $V(x_v; y_v)$ de la parábola.
21. El gráfico de la función definida en $\mathbb{R}$ de ecuación $f(x) = x^3 + 8$ interseca al eje de las abscisas en el punto de coordenadas (-2; 0).
22. La función real de ecuación $y = 3^{x+2}$ es inyectiva.
23. La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ que a cada número real le asocia el número 3 es una función.
24. El conjunto imagen de la función h definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $h(x) = 2^{x-3} - 8$ es {y ∈ $\mathbb{R}$: y > -8}.
25. La función g definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación g(x) = |x - 1| es inyectiva.

26. La relación que se establece entre la temperatura T(°C) que alcanza una sustancia y el tiempo t (min) transcurrido durante el proceso de su calentamiento, es una función.
27. La función t definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $t(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{Q}$) es impar para n = 1/3.
28. La función f definida en los reales por la ecuación $f(x) = x^2 - 4x$ alcanza su valor mínimo para x = -1.
29. La expresión $F(x) = \sqrt{x+2}/\sqrt{x^3}$ está definida para todo $A = \{x \in \mathbb{R}: x \geq -2\}$.
30. El conjunto imagen de la función h definida en {x $\in \mathbb{R}$: x > 0} por la ecuación $h(x) = \log_2 x$ es $\{y \in \mathbb{R} : y > 0\}$.
31. La función g definida en \mathbb{R} por la ecuación g(x) = -|x + 2| - 3 tiene como imagen $\{y \in \mathbb{R} : y \leq -3\}$.
32. La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ que a cada número real x le hace corresponder 1(x-2) es una función.
33. La función h definida por la ecuación h(x) = 2sin(4x) es impar.
34. El valor máximo que alcanza la función f definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación f(x) = 2cos(x) es 1.
35. La función h definida en el intervalo $(-\infty; 2]$ por la ecuación $h(x) = -(x-2)^2 + 1$ es monótona creciente.
36. El conjunto de pares ordenados {(1; 1), (2; 1), (3; 1), (4; 1)} corresponde a la gráfica de una función.
37. Los puntos P(-1; 2) y Q(-1; 4) pertenecen al gráfico de una función.

(Logaritmos)

38. La expresión $\log_{0.2}(3x)$ está definida para todo $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$.

(Geometría)

39. Si A es un punto exterior a una recta r, entonces la distancia del punto A a la recta r es la longitud del segmento de perpendicular que los une.

<u>Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.</u>

(Expresiones Algebraicas y Ecuaciones)

40. El valor numérico de k, si para -1 < x < 0, k = 1/x + 1 es necesariamente:
    a)___k > 0
    b)___k > 1
    c)___k < 0
    d)___-1 < k < 0
41. Los valores reales de x que cumplen la condición $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} - 1 \leq 0$ son:
    a)___$x \geq -1$
    b)___$x \leq -1$
    c)___$-1 \leq x \leq 0$
    d)___$-1 \leq x < 0$
42. La fracción algebraica dada por $M(t) = (t^2+5)(t^3+t^2-4t+6)$ está definida para:
    a)___$\{t \in \mathbb{R}\} : t \neq -3\}$

b)___$\{t \in \mathbb{R}\}$: t ≠3}

c)___ $\{t \in \mathbb{R}\}$: t ≠-6}

d)___$\{t \in \mathbb{R}\}$: t ≠-2}

(Números y Conjuntos)

43. El conjunto numérico más restringido al cual pertenece -1.5 es:

a)___ $\mathbb{Q}_+$

b)___ $\mathbb{Z}$

c)___ $\mathbb{Q}$

d)___ $\mathbb{R}$

(Funciones)

44. Si el gráfico corresponde a una función cuya ecuación tiene la forma y = 1/(x-a) + b, entonces su ecuación es:

a)___y = 1/(x+2) + 1

b)___y = 1/(x-2) - 1

c)___y = 1/(x+2) + 3

d)___y = 1/(x-2) + 1

45. Los ceros de la función definida en $\mathbb{R}$ de ecuación y = x^2 + 3x - 10 son:

a)___x_1 = 2 y x_2 = 5

b)___x_1 = -2 y x_2 = -5

c)___x_1 = -2 y x_2 = 5

d)___x_1 = 2 y x_2 = -5

46. En la función f definida para todo {x ∈ $\mathbb{R}$: x > 1} por la ecuación $f(x)$ = $\log_2$ (x – 1) + 1 se cumple que:

a)___El cero de f es x_0 = 1

b)___La función es negativa para todo {(x ∈ $\mathbb{R}$) : x < 1.5}

c)___El conjunto imagen de la función f es {(y ∈ $\mathbb{R}$) : y > 1}

d)___El par (3; 2) pertenece a la función

47. Si el gráfico que se muestra corresponde a una función cuya ecuación es de la forma y = $\log_3$ (x + b) + c, entonces su ecuación es:

a)___y = $\log_3$ (x + 2) + 3

b)___y = $\log_3$ (x - 2) + 3

c)___y = $\log_3$ (x + 2) - 3

d)___y = $\log_3$ (x - 2) - 3

48. La cantidad de bacterias N(t) presentes en un tiempo t (en horas) puede determinarse mediante la ecuación N(t) = $N_0 \times 2^{0.05t}$, donde N_0 es el número inicial de bacterias. Si el número inicial de bacterias es de 400, entonces la cantidad de bacterias al cabo de 80 horas es de:

a)___6400
b)___3200
c)___40
d)___25

49. 38. El conjunto de valores de {x ∈ $\mathbb{R}$}, para los cuales se satisface la desigualdad $\log_3 (x - 1) > 1$ es:
    a)___{x ∈ $\mathbb{R}$} : x > 4}
    b)___{x ∈ $\mathbb{R}$} : x > 1}
    c)___{x ∈ $\mathbb{R}$} : 1 < x < 4}
    d)___{x ∈ $\mathbb{R}$}
50. El conjunto de valores reales de x que anulan la expresión $\sqrt{2\cos(x-1)/\sin(x)}$ en el intervalo (0; π), es:
    a)___S = {π/3, 2π/3}
    b)___S = {π/3, 5π/3}
    c)___S = {π/3}
    d)___ninguna de las anteriores

(Geometría)

51. Si r_1 y r_2 son rectas paralelas, P_1 punto de r_1 y P_2 punto de r_2, entonces la distancia entre r_1 y r_2 es necesariamente:
    a)___Igual a la distancia de P_1 a P_2
    b)___Menor o igual que la distancia de P_1 a P_2
    c)___Mayor que la distancia de P_1 a P_2
    d)___Mayor o igual que la distancia de P_1 a P_2
52. Sean las rectas r_1 y r_2 de ecuaciones r_1: (β+2)x - y - 1 = 0 y r_2: y = β^2 x + 2. Para que las rectas r_1 y r_2 no tengan puntos comunes en el plano, los valores que puede tomar β son:
    a)___2 o 1
    b)___2 o -1
    c)___-1 o -2
    d)___-2 o 1
53. Si las coordenadas de los vértices de un rombo ABCD son A(-1; -2), B(3; -5), C(7; -2) y D(3; 1); M es el punto de intersección de las diagonales AC y BD. Entonces se puede afirmar que:
    a)___$m_{AD} < 0$
    b)___AC = BD
    c)___d(A, r_{BD}) = 4.0u
    d)___Las coordenadas de M son (-2; 3)

Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:
(Dominios Numéricos y Conjuntos)

54. El dominio de la función f con f(x) = log|x| es ____.
55. Si m = sin(7π/6), n = $\log_{\sqrt{2}} 4$ y p = $\sqrt{11}$, entonces al ordenar ascendentemente las variables m, n y p se obtiene _____.

(Funciones)

56. El intervalo donde la función y = $\sqrt{x+3} - 2$ es negativa es _____.
57. El cero de la función h definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación h(x) = 4x - 3 es x_0 = __.

(Geometría)

58. Sea r_1 una recta que pasa por los puntos (0;-1) y (2; 1) y r_2 una recta que interseca a la recta r_1 en el punto (2; 1). Si $r_1 \perp r_2$ en el punto (2; 1), entonces la abscisa del punto de intersección de la recta r_2 con el eje de las x es _____.
59. Sean A y B dos puntos del plano con la d(A,B)= $\frac{2}{\sqrt{2}}\ u$, A(0;3) y B(x;1), entonces las coordenadas de B si pertenece al primer cuadrante son _____.
60. Si los vértices del trapecio isósceles ABCD de bases AB y DC tienen como coordenadas A(-2;0), B(0;2), C(4;0) y D(0;-4), entonces:

a) La longitud de la base mayor es de _____ unidades.
b) La paralela media corta al lado BC en el punto P de coordenadas _____.

61. Si los puntos A(1; 1), B(5; 3), C(3; 7) y D(-1; 5) tomados en ese orden son los vértices del cuadrado ABCD, entonces:

a) El perímetro del cuadrado es _____.
b) La pendiente de la recta que contiene al lado AD es m = __.

62. El punto de intersección de la recta r de ecuación y = -2x + 1 con el eje de las ordenadas es _____.
63. Los puntos A(1; 1), B(5; 3), C(3; 7) y D(-1; 5) tomados en ese orden son los vértices de un cuadrado. La longitud de su diagonal es _____.
64. Sean P(3; 0), Q(3; -6) y R(0; -6) los vértices de un triángulo. El valor del perímetro de dicho triángulo es _____ unidades.

(Logaritmos)

65. Los valores de x para los cuales está definida la expresión $\log_x (5)$ son _____.
66. Si m = $\log_2$ (n-1) para todo n > 1, entonces al despejar n se obtiene n = _____.

V/F

(Dominios Numéricos y Conjuntos)

67. V/F: Todo número real pertenece al conjunto de los números racionales.
68. V/F: La operación de extracción de raíces de índice impar, solo puede realizarse en el conjunto de los números racionales no negativos.

Ejercicios Adicionales

(Tipo V/F, Selección, o Completar Espacios)

(Dominios Numéricos y Conjuntos)

1. V/F: Si a = 2^{45} y b = 3^{30} entonces se puede afirmar que a > b. Funciones
2. V/F: El conjunto imagen de la función de ecuación y = $(x + 5)^2$ - 2 definida en el conjunto de los números reales es {y ∈ $\mathbb{R}$: y $\geq$ -2}.
3. V/F: Los valores de {x ∈ $\mathbb{R}$: $0 \leq x \leq 2\pi$} que cumplen que tan(x) = 1, son: x = $\pi/4$ y x = $5\pi/4$.
4. V/F: La ecuación P = 100000 × $e^{0.05t}$ permite calcular el incremento de la cantidad de personas (P) en una ciudad determinada. Esta función es inyectiva.
5. V/F: La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, donde a cada x ∈ $\mathbb{R}$ se le asocia su módulo aumentado en 10 es una función.
6. V/F: La ecuación V = 0.45 - 0.37 × cos(πt/2) con $0 \leq t \leq 8$ permite calcular el volumen (V) de aire en litros que hay en los pulmones de una persona adulta después de (t) segundos de exhalar. Transcurridos 2 segundos después de exhalar, el volumen de aire es de 0.08 litros.

(Expresiones y Ecuaciones)

7. V/F: La expresión 2^{1-x} > 1 se cumple para todo {∈ $\mathbb{R}$: x < 0}.
8. V/F: Según la escala de Richter, la intensidad de un terremoto es fuerte si y solo si para su magnitud M se cumple que $6.1 \leq M < 6.9$.

(Geometría)

9. V/F: Una recta r, perpendicular a la recta representada por la ecuación y = -1/2 x + 3, tiene como pendiente m = 2.

(Trigonometría)

10. V/F: Si a es un número real, entonces $\sqrt{a}$ siempre está definida en $\mathbb{R}$.

Ejercicios adicionales

11. V/F: Si A⊂B, entonces A∩B = ∅.
12. V/F: Si x ∈ A y A⊂B, entonces x ∈ (A ∩B).
13. V/F: Si f y g son dos funciones distintas definidas en $\mathbb{R}$, entonces se cumple que (f ∘ g)(x) = (g ∘ f)(x).
14. V/F: Si m = sin($7\pi/6$) y n = $\log_{\sqrt{2}} 4$, entonces m < n.
15. V/F: La expresión $\sqrt[3]{x}$ está definida para todo número real x.
16. V/F: Si a, b ∈ $\mathbb{R}$ y a > b, entonces $a^2 > b^2$.
17. V/F: La función f(x) = $\frac{1}{x-1}$ es continua en todo su dominio.
18. V/F: El rango de la función f(x) = |x| - 5 es [-5, ∞).
19. V/F: El discriminante de la ecuación x^2 + x + 1 = 0 es positivo.

20. V/F: Para que $\log_a(b)$ esté definida, a debe ser un número real cualquiera.
21. V/F: sin(2x) = 2sin(x)cos(x) es una identidad trigonométrica.
22. V/F: La distancia entre dos puntos A(x_1, y_1) y B(x_2, y_2) es $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
23. V/F: La pendiente de una recta horizontal es indefinida.
24. V/F: Si dos rectas son perpendiculares, el producto de sus pendientes es 1.
25. V/F: La función f(x) = cos(x) es una función par.
26. V/F: La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional.
27. V/F: El conjunto de los números enteros es cerrado bajo la operación de división.
28. V/F: La ecuación $x^2 = -4$ tiene soluciones reales.
29. V/F: Si $a^n \times a^m = a^{n \times m}$.
30. V/F: $\log_a(b) + \log_a(c) = \log_a(b+c)$.
31. V/F: $\sqrt{a^2}$ = a para todo número real a.
32. V/F: tan(x) × cot(x) = 1 para todos los valores admisibles de x.

Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

(Dominios Numéricos y Conjuntos)

33. La suma de un número racional y un número irracional siempre es un número irracional.
34. Todo número entero es un número natural.
35. El conjunto de los números irracionales ($\mathbb{I}$) es cerrado bajo la operación de multiplicación.
36. Si A = {x ∈ $\mathbb{N}$: x ≤ 5} y B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, entonces A ∩B = A.
37. El conjunto de los números primos es un subconjunto de los números naturales.
38. La raíz cuadrada de cualquier número real positivo es siempre un número real.
39. Si x ∈ $\mathbb{Q}$ y y ∈ $\mathbb{I}$}, entonces x × y siempre es irracional si x ≠0.
40. La representación decimal de un número racional es siempre finita.
41. El módulo de un número negativo es un número negativo.
42. La distancia entre dos números reales en la recta numérica es siempre positiva.
43. Si A = {x ∈ $\mathbb{Z}$: |x| < 3} y B = {-2, -1, 0, 1, 2}, entonces A = B.

(Funciones)

44. La función $f(x) = x^2$ es inyectiva en todo su dominio real.
45. La función $g(x) = \log(x^2 + 1)$ tiene como dominio $\mathbb{R}$
46. Si una función es par, su gráfico es simétrico con respecto al eje Y.
47. La función h(x) = |x - 3| tiene un único cero.
48. El conjunto imagen de la función $f(x) = -2^x$ es {y ∈ $\mathbb{R}$: y < 0}.
49. Una función monótona creciente en un intervalo siempre tiene una función inversa en ese intervalo.
50. La función f(x) = sin(x) es periódica con período π.
51. El vértice de la parábola $y = -x^2 + 4x - 3$ es un punto mínimo.
52. La función $f(x) = x^3 - x$ es impar.

53. Si una función f: A→B es biyectiva, entonces su función inversa f^{-1}: B→A también es una función.
54. El dominio de la función f(x) = $\frac{1}{\sqrt{x-4}}$ es {x ∈ ℝ: x > 4}.
55. La función exponencial y = a^x (con a > 0, a ≠1) siempre pasa por el punto (0, 1).
56. La función definida en ℝ por y = $(x-2)^2$ + 1 tiene un valor mínimo en y=1.
57. El gráfico de una función no puede intersecar al eje Y en más de un punto.
58. La función y = tan(x) tiene asíntotas verticales en x = k\π, donde k ∈ ℤ.
59. Si f(x) = $\sqrt{x}$ y g(x) = x^2, entonces (f ∘ g)(x) = |x|.
60. El conjunto imagen de la función y = cos(x) es [-1, 1].
61. La función y = x^2 + 2 es una traslación vertical de y = x^2 dos unidades hacia arriba.
62. La función f(x)= $\frac{x^2-1}{x-1}$ tiene un agujero en x = 1.
63. La función f(x) = $\log_{0.5}$ (x) es decreciente.
64. El cero de la función g(x) = e^x - 1 es x=0.

(Logaritmos)

65. La propiedad $\log_b$ (x/y) = $\log_b$ x - $\log_b$ y es válida para cualquier x, y > 0 y b > 0, b ≠ 1.
66. $\log_a a^k$ = k para todo k ∈ ℝ y a > 0, a ≠ 1.
67. La expresión log(-x) está definida para x < 0.

(Geometría)

68. La pendiente de una recta perpendicular al eje X es cero.
69. Si la pendiente de una recta es positiva, entonces forma un ángulo agudo con el semieje positivo de las abscisas.
70. La distancia de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular desde el punto a la recta.

<u>Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.</u>

(Expresiones Algebraicas y Ecuaciones)

71. El conjunto solución de la ecuación |2x - 1| = 3 es:
    a)___{2, -1}
    b)___{2}
    c)___{-1}
    d)___{-2, 1}
72. El dominio de la expresión algebraica E(x) = $\sqrt{4-x^2}$es:
    a)___[-2, 2]
    b)___(-∞, -2] ∪ [2, ∞)
    c)___(-2, 2)
    d)___ℝ

73. Si $2^{x+1} = 8$, entonces x es igual a:

a)___1

b)___2

c)___3

d)___4

(Números y Conjuntos)

74. La expresión |-5 - 3| es igual a:

a)___2

b)___-2

c)___8

d)___-8

75. Si A = {1, 3, 5} y B = {2, 4, 6}, entonces A ∪ B es:

a)___{1, 2, 3, 4, 5, 6}

b)___∅

c)___{1, 3, 5}

d)___{2, 4, 6}

(Funciones)

76. La función $f(x) = x^2 - 6x + 9$ tiene un cero en:

a)___x = 3 (con multiplicidad 2)

b)___x = -3

c)___x = 3 y x = -3

d)___No tiene ceros reales

77. Si el gráfico de una función tiene una asíntota vertical en x = -1 y una asíntota horizontal en y = 3, ¿cuál de las siguientes podría ser su ecuación?

a)___y = $\frac{1}{x-1} + 3$

b)___y = $\frac{1}{x+1} - 3$

c)___y= $\frac{1}{x+1} + 3$

d)___y = $\frac{1}{x-3} - 1$

78. El dominio de la función f(x) = log(x - 5) es:

a)___(5, ∞)

b)___[5, ∞)

c)___(-∞, 5)

d)___$\mathbb{R}$

79. Si la función $f(x) = a^x$ es decreciente, entonces el valor de a debe ser:

a)___a > 1

b)___0 < a < 1

c)___a < 0

d)___a = 1

80. El rango de la función f(x) = $\sqrt{x+2}$ es:
    a)___(-∞, ∞)
    b)___[0, ∞)
    c)___[-2, ∞)
    d)___(-∞, 0]
81. La función f(x) = cos(2x) es par o impar?
    a)___Par
    b)___Impar
    c)___Ni par ni impar
    d)___Ambas

(Geometría)

82. La distancia entre los puntos A(3, 4) y B(0, 0) es:
    a)___5
    b)___$\sqrt{5}$
    c)___7
    d)___25
83. La ecuación de una recta que pasa por el punto (2, 3) y tiene pendiente m = -1 es:
    a)___y = -x + 5
    b)___y = x + 1
    c)___y = -x + 1
    d)___y = -x - 5
84. Si dos rectas son paralelas, sus pendientes son:
    a)___Recíprocas
    b)___Opuestas
    c)___Iguales
    d)___Perpendiculares

<u>Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso</u>:

(Dominios Numéricos y Conjuntos)

85. El resultado de $(-2)^3 + 5 \times 2 - |-7|$ es _____.
86. El conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$) es la unión de los números naturales, el cero y los números naturales _____.
87. Si A = {x ∈ $\mathbb{R}$: x < 5} y B = {x ∈ $\mathbb{R}$: x ≥ 2}, entonces A ∩ B = __.

(Funciones)

88. El valor de x para el cual la función $f(x) = 2^x - 8$ interseca el eje X es _____.
89. El dominio de la función f(x) = $\frac{x+1}{x^2-4}$ es _____.
90. Si una función es inyectiva, cada elemento del conjunto imagen corresponde a un _____ elemento del dominio.

91. La función $f(x) = x^2 - 4x + 4$ tiene un mínimo global en x = __.
92. La asíntota horizontal de la función $f(x) = 3^{x-1} + 2$ es y = __.

(Logaritmos)

93. Si $\log_3 x = 2$, entonces x = __.
94. La expresión $\log_2 8 - \log_2 4$ es igual a _____.
95. Si $\log_a b = c$, entonces a^c = __.

(Trigonometría)

96. El valor de $\sin(\pi/2)$ es _____.
97. Si cos x = 0.5 y x está en el primer cuadrante, entonces x = __.
98. La identidad trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x$ = __ es conocida como la identidad fundamental.

(Geometría)

99. El punto medio del segmento con extremos A(2, -4) y B(6, 2) es _____.
100. La pendiente de una recta que pasa por los puntos (1, 2) y (3, 6) es _____.
101. Si una recta tiene pendiente m = -3, una recta perpendicular a ella tendrá una pendiente de _____.
102. La distancia entre el origen (0,0) y el punto (x, y) es _____.
103. Si dos rectas son paralelas, sus pendientes son _____.
104. La ecuación de una recta horizontal que pasa por el punto (3, 5) es _____.
105. El ángulo que forma una recta vertical con el eje X es _____.

<u>Ejercicios Adicionales</u>

(Tipo V/F, Selección, o Completar Espacios)

(Dominios Numéricos y Conjuntos)

106. V/F: El conjunto de los números naturales con el cero es un subconjunto de los números enteros positivos.
107. V/F: El resultado de $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ es un número irracional.
108. V/F: Si A = [-2, 5] y B = (3, 7), entonces A∪B = [-2, 7).

(Funciones)

109. V/F: La función f(x) = |x-2| es monótona decreciente en (-∞, 2].
110. V/F: El conjunto de los ceros de la función $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ es {3, -3}.
111. V/F: La función $g(x) = \log_a(x)$ (con a > 1) es siempre creciente.
112. V/F: La función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ es una función impar.
113. V/F: Si $f(x) = x^2$ y g(x) = x+1, entonces $(f \circ g)(x) = x^2 + 2x + 1$.
114. V/F: La función y = sin(x) tiene como dominio [-1, 1].

115. V/F: El rango de la función f(x) = $\frac{1}{x}$ $es\ \mathbb{R}\ \setminus 0$.
116. V/F: La función f(x) = e^x no tiene ceros reales.
117. V/F: Si una función es suryectiva, cada elemento del codominio tiene al menos una preimagen en el dominio.

(Expresiones y Ecuaciones)

118. V/F: La solución de x^2 - 5x + 6 = 0 son x=2 y x=3.
119. V/F: La expresión $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$.
120. V/F: El discriminante de una ecuación cuadrática indica el número de soluciones reales.

(Trigonometría)

121. V/F: tan(x) = $\frac{\cos(x)}{\sin(x)}$.
122. V/F: El valor de cos(π) es -1.
123. V/F: La función tan(x) está definida para x = $\pi/2$.

(Logaritmos)

124. V/F: $\log_b 1 = 0$ para cualquier base b > 0, b ≠1.
125. V/F: $(\log_b x^k = \log_b x)^2$.

(Geometría)

126. V/F: Un triángulo con vértices A(0,0), B(3,0), y C(0,4) es un triángulo rectángulo.
127. V/F: Si dos rectas se intersecan, entonces son perpendiculares.
128. V/F: La distancia de un punto a sí mismo es siempre cero.
129. V/F: La ecuación y = mx + b representa una línea recta en el plano.
130. V/F: Las diagonales de un cuadrado son iguales y perpendiculares entre sí.
131. V/F: La ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ representa una circunferencia centrada en el origen con radio r.

Pregunta 2

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, realiza las demostraciones o cálculos solicitados, mostrando todos los pasos. Las figuras son representaciones esquemáticas.

I. Demostraciones y Propiedades de Figuras Planas

1. Demuestra que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360 grados.
2. Dado un triángulo isósceles ABC con AB = AC, demuestra que los ángulos de la base $\angle B$ y $\angle C$ son iguales.
3. Demuestra que los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales.
4. Demuestra que las diagonales de un rectángulo son de igual longitud.
5. Demuestra que las diagonales de un rombo se intersecan en un ángulo recto.
6. En un triángulo, si una línea es paralela a un lado y corta a los otros dos lados, demuestra que divide a estos lados proporcionalmente.
7. Demuestra que la mediana relativa a la hipotenusa en un triángulo rectángulo es igual a la mitad de la hipotenusa.
8. Demuestra que si un triángulo tiene dos lados iguales, las alturas relativas a esos lados también son iguales.
9. Demuestra que los puntos medios de los lados de cualquier cuadrilátero forman un paralelogramo.
10. Demuestra que si dos cuerdas en un círculo son iguales, entonces están a la misma distancia del centro.
11. Demuestra que el diámetro perpendicular a una cuerda biseca la cuerda y el arco subtendido.
12. Demuestra que el ángulo central subtendido por un arco es el doble del ángulo inscrito subtendido por el mismo arco.
13. Demuestra que la longitud de la tangente desde un punto exterior a un círculo es igual a la longitud del segmento de tangente desde el mismo punto al círculo.
14. Demuestra que el área de un cuadrado se puede calcular como la mitad del cuadrado de su diagonal.
15. Demuestra que un cuadrilátero es inscriptible en una circunferencia si y solo si la suma de sus ángulos opuestos es 180°.
16. Demuestra que la suma de las longitudes de los dos lados opuestos de un cuadrilátero circunscriptible es igual a la suma de las longitudes de los otros dos lados opuestos (Teorema de Pitot).
17. En un triángulo, si la bisectriz de un ángulo interior divide al lado opuesto en dos segmentos, demuestra que la razón de las longitudes de estos segmentos es igual a la razón de las longitudes de los otros dos lados del triángulo.
18. Demuestra que las tres alturas de un triángulo se intersecan en un único punto (ortocentro).
19. Demuestra que las tres medianas de un triángulo se intersecan en un único punto (baricentro), el cual divide a cada mediana en una razón 2:1.

20. Demuestra que las tres mediatrices de un triángulo se intersecan en un único punto (circuncentro).
21. Demuestra que la tangente a un círculo es perpendicular al radio en el punto de tangencia.
22. En un paralelogramo, demuestra que sus diagonales se bisecan mutuamente.
23. Demuestra que si un ángulo inscrito en un círculo subtiende un diámetro, entonces el ángulo es un ángulo recto.
24. Demuestra que el área de un paralelogramo es igual al producto de su base por su altura.
25. Demuestra que el área de un trapecio es igual a la semisuma de sus bases multiplicada por su altura.

II. Cálculo de Áreas, Perímetros y Ángulos

1. Un triángulo equilátero tiene un perímetro de 36 cm. Calcula la longitud de su lado y su área.
2. Un rectángulo tiene un área de 72 cm^2 y uno de sus lados mide 9 cm. Calcula el perímetro del rectángulo.
3. La diagonal de un cuadrado mide 10 cm. Calcula su perímetro y su área.
4. Un círculo tiene un radio de 7 cm. Calcula su circunferencia y su.
5. Un trapecio tiene bases de 15 cm y 9 cm, y una altura de 7 cm. Calcula su área.
6. Un rombo tiene diagonales de 10 cm y 24 cm. Calcula su área y el perímetro.
7. Un sector circular tiene un radio de 12 cm y un ángulo central de 45 grados. Calcula la longitud del arco y el área del sector.
8. Un triángulo isósceles tiene lados iguales de 17 cm y una base de 16 cm. Calcula su altura y su área.
9. Un pentágono regular tiene un lado de 6 cm. Si su apotema mide 4.13 cm, calcula su área.
10. Un hexágono regular tiene un lado de 8 cm. Calcula su perímetro y su área.
11. El área de un círculo es 64π cm^2. Calcula su diámetro y su circunferencia.
12. Un triángulo rectángulo tiene catetos de 8 cm y 15 cm. Calcula la longitud de la hipotenusa, el perímetro y el área.
13. Un paralelogramo tiene una base de 12 cm y una altura de 7 cm. Calcula su área.
14. El perímetro de un triángulo es 45 cm. Si dos de sus lados miden 12 cm y 18 cm, calcula la longitud del tercer lado.
15. Un semicírculo tiene un diámetro de 20 cm. Calcula su perímetro y su área.
16. Un triángulo con lados 3 cm, 4 cm y 5 cm es un triángulo rectángulo. Calcula su área.
17. Un romboide tiene lados de 9 cm y 14 cm, y la altura relativa al lado de 14 cm es 6 cm. Calcula su área.
18. La longitud de una circunferencia es 18π cm. Calcula el radio del círculo y su área.
19. Si el área de un trapecio es 100 cm^2, su altura es 8 cm y una de sus bases es 12 cm, calcula la longitud de la otra base.
20. Un cuadrado tiene un perímetro de 48 cm. Calcula su área.
21. En un triángulo rectángulo, un cateto mide 6 cm y el ángulo opuesto a ese cateto es de 30 grados. Calcula la longitud de la hipotenusa y el otro cateto.

22. Si el área de un rectángulo es 108 cm^2 y su largo es el triple de su ancho, calcula las dimensiones del rectángulo y su perímetro.
23. Un sector circular tiene un área de 15π cm^2 y un radio de 5 cm. Calcula la medida del ángulo central en grados.
24. El perímetro de un triángulo isósceles es 32 cm. Si la base mide 10 cm, calcula la longitud de los lados iguales y la altura relativa a la base.
25. Un hexágono regular está inscrito en un círculo de radio 10 cm. Calcula el área del hexágono.
26. Un terreno tiene forma de triángulo con dos lados de 20 m y 25 m, y el ángulo entre ellos es de 45 grados. Calcula el área del terreno.
27. Una corona circular tiene un radio exterior de 10 cm y un radio interior de 6 cm. Calcula su área.
28. Un paralelogramo tiene lados de 7 cm y 12 cm. Si el ángulo agudo entre ellos es de 40 grados, calcula su área.
29. La diagonal de un rombo es 18 cm y su perímetro es 60 cm. Calcula la longitud de la otra diagonal y el área del rombo.
30. Un triángulo equilátero está inscrito en un círculo de radio 6 cm. Calcula el lado del triángulo y su área.
31. La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 25 cm y un cateto es 7 cm. Calcula la longitud del otro cateto y el área del triángulo.
32. Si el área de un cuadrado es 169 cm^2, calcula la longitud de su diagonal.
33. Un romboide tiene diagonales de 8 cm y 10 cm que se intersecan formando un ángulo de 30 grados. Calcula su área.
34. Un trapecio isósceles tiene bases de 18 cm y 10 cm. Si sus lados no paralelos miden 5 cm, calcula su altura y su área.
35. Un sector circular tiene una longitud de arco de 4π cm y un radio de 6 cm. Calcula el área del sector.
36. El área de un triángulo es 24 cm^2. Si su base mide 8 cm, calcula su altura.
37. Un círculo está circunscrito a un cuadrado de lado 8 cm. Calcula el área del círculo.
38. Un triángulo tiene ángulos de 30°, 60° y 90°. Si la hipotenusa mide 10 cm, calcula las longitudes de los catetos.
39. Un terreno con forma de L está compuesto por dos rectángulos de 10m x 4m y 6m x 3m. Calcula el área total del terreno.
40. Un triángulo tiene lados de 7 cm, 8 cm y 9 cm. Calcula su perímetro.
41. Un cuadrilátero tiene vértices en el orden A, B, C, D. Si AB=BC=CD=DA=10 cm y $\angle A = 90°$, calcula su área.
42. Un jardín circular tiene un diámetro de 12 metros. Se quiere colocar una valla alrededor de la mitad de su perímetro. ¿Cuántos metros de valla se necesitan?
43. Un triángulo tiene una base de 12 cm y una altura de 5 cm. Calcula su área.
44. En un triángulo rectángulo, si los catetos son x y x+2, y la hipotenusa es 10, calcula los valores de los catetos.

45. Un paralelogramo tiene una base de 15 cm y un ángulo con el lado adyacente de 45°. Si el lado adyacente mide 10 cm, calcula su área.
46. Un rombo tiene un lado de 13 cm y una de sus diagonales mide 10 cm. Calcula el área del rombo.
47. Un sector circular tiene un radio de 9 cm y un área de 27π cm^2. Calcula el ángulo central en radianes.
48. Un trapecio tiene una base mayor de 20 cm, una base menor de 12 cm y una altura de 6 cm. Calcula su área.
49. Un círculo tiene una cuerda de 16 cm de longitud. Si la distancia del centro a la cuerda es 6 cm, calcula el radio del círculo.
50. Un triángulo equilátero tiene una altura de $5\sqrt{3}$ cm. Calcula el lado del triángulo y su área.

III. Problemas con Aplicaciones

51. Se desea colocar césped en un jardín rectangular de 8 metros de largo por 6 metros de ancho. ¿Cuántos metros cuadrados de césped se necesitan?
52. Una mesa circular tiene un diámetro de 1.2 metros. Se quiere poner un mantel que cuelgue 10 cm por todo el borde. ¿Cuál debe ser el diámetro del mantel?
53. Un campo de fútbol mide 100 metros de largo y 60 metros de ancho. Un jugador corre por la diagonal del campo. ¿Qué distancia recorre?
54. Una piscina rectangular de 12 metros de largo y 5 metros de ancho tiene una profundidad uniforme de 1.5 metros. Se quiere cubrir el fondo con una lona. ¿Cuántos metros cuadrados de lona se necesitan?
55. Un carpintero necesita cortar una tabla cuadrada de la que solo conoce que su diagonal mide 1.5 metros. ¿Cuánto medirá cada lado de la tabla?
56. Una pizzería ofrece pizzas de 30 cm de diámetro. Si una porción de pizza es un sector circular con un ángulo de 45 grados, ¿cuál es el área de una porción?
57. Una valla de 40 metros de longitud se utiliza para cercar un jardín rectangular. Si el largo del jardín es el triple de su ancho, ¿cuáles son las dimensiones del jardín?
58. Un terreno en forma de trapecio tiene bases de 30 metros y 20 metros, y una altura de 15 metros. Si el precio por metro cuadrado es de $50, ¿cuál es el costo total del terreno?
59. Un reloj tiene un minutero de 10 cm de longitud. ¿Qué distancia recorre la punta del minutero en 20 minutos?
60. Se necesita pintar una pared rectangular de 5 metros de largo por 3 metros de alto. En esta pared hay una puerta de 2 metros de alto por 0.8 metros de ancho que no se pintará. ¿Cuál es el área a pintar?
61. Un artista diseña un vitral en forma de estrella de 6 puntas inscrita en un círculo de 40 cm de diámetro. Si las puntas de la estrella forman triángulos equiláteros, calcula el área de uno de esos triángulos.
62. Un cable de 26 metros de longitud está extendido desde la cima de un poste hasta el suelo. Si la distancia desde la base del poste al punto donde el cable toca el suelo es de 10 metros, calcula la altura del poste.

63. Un campo tiene forma de rombo. Si sus diagonales miden 24 metros y 18 metros, ¿cuál es el área del campo?
64. Un plato de comida tiene forma de sector circular con un radio de 15 cm y un ángulo de 120 grados. Si se desea poner un borde decorativo alrededor, ¿cuál es la longitud de ese borde?
65. Una alfombra circular tiene un radio de 2 metros. Se desea colocar una mesa cuadrada en el centro de la alfombra, de tal manera que sus esquinas toquen el borde de la alfombra. ¿Cuál es el área de la superficie de la alfombra que no está cubierta por la mesa?
66. Un puente tiene una abertura semicircular con un radio de 10 metros. Un barco de 16 metros de ancho intenta pasar por debajo. ¿Cuál es la altura máxima que puede tener el barco para pasar sin problemas?
67. Un jardín rectangular de 15 m por 10 m tiene un camino de 1 m de ancho alrededor de su perímetro interior. Calcula el área del camino.
68. Se enrolla una cuerda de 25 metros alrededor de un poste circular de 0.5 metros de radio. ¿Cuántas vueltas completas dará la cuerda alrededor del poste?
69. Un mural tiene forma de hexágono regular con un lado de 2 metros. ¿Cuál es el área total del mural?
70. Un diseñador gráfico está creando un logo que incluye un triángulo equilátero con un área de $16\sqrt{3}$ cm^2. ¿Cuál es la longitud del lado de ese triángulo?
71. Una moneda tiene un diámetro de 2.5 cm. ¿Cuál es su circunferencia?
72. En un juego de billar, la mesa mide 2 metros de largo por 1 metro de ancho. Una bola parte de una esquina y se mueve en línea recta hasta la esquina opuesta. ¿Qué distancia recorre la bola?
73. Se quiere cortar un trozo de tela triangular con lados de 60 cm, 80 cm y 100 cm. Demuestra que es un triángulo rectángulo y calcula su área.
74. Un terreno rectangular tiene un área de 500 m^2. Si el largo es el doble del ancho, ¿cuánto alambre se necesita para cercar el terreno con una sola fila de alambre?
75. Una rueda de bicicleta tiene un diámetro de 60 cm. Si la rueda da 100 vueltas, ¿qué distancia ha recorrido la bicicleta?

Parte II

I. Demostraciones y Propiedades de Figuras Planas

76. Demuestra que los ángulos alternos internos formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal son iguales.
77. Dado un triángulo, demuestra que la suma de dos de sus lados es mayor que el tercer lado.
78. Demuestra que en un cuadrado, las diagonales son perpendiculares, iguales y se bisecan mutuamente.
79. Demuestra que si un paralelogramo tiene un ángulo recto, entonces es un rectángulo.

80. Demuestra que si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares y se bisecan, entonces es un rombo.
81. Demuestra que dos triángulos son congruentes si tienen dos lados y el ángulo comprendido iguales.
82. Demuestra que dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.
83. En un círculo, demuestra que los ángulos inscritos que subtienden el mismo arco son iguales.
84. Demuestra que un paralelogramo es un rombo si sus diagonales bisecan sus ángulos.
85. Demuestra que el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos de un trapecio es paralelo a las bases y su longitud es la semisuma de las longitudes de las bases.
86. Demuestra el Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos. Demuestra que si dos líneas cortan a dos líneas paralelas, los segmentos que se forman en las transversales son proporcionales.
87. Demuestra que el área de un triángulo equilátero con lado L es $\frac{\sqrt{3}}{4}\ L^2$.
88. Demuestra que los ángulos correspondientes formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal son iguales.
89. Demuestra que la bisectriz de un ángulo de un triángulo divide el lado opuesto en segmentos proporcionales a los otros dos lados.
90. Demuestra que en un triángulo isósceles, la altura a la base es también mediana y bisectriz del ángulo opuesto a la base.
91. Demuestra que si las tres alturas de un triángulo son iguales, entonces el triángulo es equilátero.
92. Demuestra que la mediatriz de una cuerda en un círculo pasa por el centro del círculo.
93. Demuestra que un cuadrilátero es un paralelogramo si sus lados opuestos son iguales.
94. Demuestra que el perímetro de un polígono circunscrito a un círculo es igual al doble del área del polígono dividido por el radio del círculo.
95. Demuestra que la suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo es 360 grados.
96. Demuestra que en un triángulo, el lado opuesto al ángulo mayor es el lado más largo.
97. Demuestra que el centro de un círculo circunscrito a un triángulo es la intersección de las mediatrices de sus lados.
98. Demuestra que las tangentes a un círculo desde un punto exterior son de igual longitud.
99. Demuestra que si un ángulo semi-inscrito en un círculo subtiende un arco, entonces su medida es la mitad de la medida de ese arco.

II. Cálculo de Áreas, Perímetros y Ángulos

100. Un triángulo rectángulo tiene ángulos agudos de 40° y 50°. Si la hipotenusa mide 15 cm, calcula la longitud de sus catetos.
101. Un rectángulo tiene un área de 96 cm^2 y su ancho es 6 cm. Calcula su perímetro y la longitud de su diagonal.

102. Un cuadrado tiene un área de 144 cm^2. Calcula la longitud de su lado, su perímetro y su diagonal.
103. Un círculo tiene una circunferencia de 20π cm. Calcula su radio y su área.
104. Un trapecio isósceles tiene bases de 18 cm y 10 cm, y los lados no paralelos miden 6 cm. Calcula su altura y su área.
105. Un rombo tiene un lado de 17 cm y una de sus diagonales mide 30 cm. Calcula la longitud de la otra diagonal y el área del rombo.
106. Un sector circular tiene un radio de 15 cm y un ángulo central de 72 grados. Calcula la longitud del arco y el área del sector.
107. Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 40 cm y la base mide 12 cm. Calcula la longitud de los lados iguales y la altura relativa a la base.
108. Un octágono regular tiene un lado de 5 cm y su apotema mide 6.04 cm. Calcula su área.
109. El área de un triángulo es 30 cm^2. Si la base mide 10 cm, calcula su altura.
110. La suma de las bases de un trapecio es 25 cm y su altura es 8 cm. Calcula su área.
111. Un paralelogramo tiene lados de 10 cm y 8 cm, y el ángulo entre ellos es de 150°. Calcula su área.
112. Un triángulo equilátero tiene un lado de 10 cm. Calcula su altura y su área.
113. La longitud del lado de un cuadrado es 12 cm. Calcula el radio del círculo circunscrito y del círculo inscrito en el cuadrado.
114. Si el área de un rombo es 120 cm^2 y una de sus diagonales mide 24 cm, calcula la longitud de la otra diagonal y el perímetro del rombo.
115. Un sector circular tiene una longitud de arco de 6π cm y un radio de 18 cm. Calcula el área del sector.
116. Un triángulo rectángulo tiene catetos de 7 cm y 24 cm. Calcula su hipotenusa, perímetro y área.
117. La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 13 cm y uno de sus catetos es 5 cm. Calcula el área del triángulo.
118. Un polígono regular tiene 9 lados y cada lado mide 4 cm. Si su apotema mide 5.5 cm, calcula su área.
119. Un círculo tiene un área de 100π cm^2. Calcula su radio y su circunferencia.
120. Un romboide tiene lados de 6 cm y 10 cm. Si la altura relativa al lado de 10 cm es 4 cm, calcula su área.
121. Un trapecio tiene bases de 22 cm y 14 cm, y una altura de 9 cm. Calcula su área.
122. La medida de un ángulo interior de un polígono regular es 144°. Calcula el número de lados del polígono.
123. El área de un sector circular es 36π cm^2 y su radio es 9 cm. Calcula el ángulo central en grados.
124. Un triángulo ABC tiene AB = 7 cm, AC = 8 cm y BC = 9 cm. Calcula el perímetro del triángulo.
125. En un triángulo, los lados miden 10 cm, 12 cm y x. Si el perímetro es 30 cm, calcula x.

126. Un rectángulo tiene un largo de 15 cm y una diagonal de 17 cm. Calcula su ancho y su área.
127. Un cuadrado está inscrito en un círculo de radio 7 cm. Calcula el área del cuadrado.
128. Un triángulo isósceles tiene una base de 8 cm y un ángulo en el vértice de 100°. Calcula la longitud de los lados iguales y la altura a la base.
129. La circunferencia de un círculo es 50.24 cm. Calcula su radio y su área
130. Un paralelogramo tiene un área de 84 cm^2 y su altura es 7 cm. Calcula la longitud de su base.
131. Un rombo tiene un lado de 20 cm y una de sus diagonales mide 32 cm. Calcula la otra diagonal y su área.
132. Un hexágono regular tiene un perímetro de 72 cm. Calcula la longitud de su lado y su área.
133. Un trapecio rectángulo tiene bases de 14 cm y 8 cm, y el lado perpendicular a las bases mide 6 cm. Calcula su área y su perímetro.
134. Un sector circular tiene un área de 48π cm^2 y un ángulo central de 240°. Calcula el radio del sector.
135. En un triángulo rectángulo, si un ángulo agudo es 60°y el cateto opuesto mide $10\sqrt{3}$ cm, calcula la hipotenusa y el otro cateto.
136. Un pentágono regular está circunscrito a un círculo de radio 4 cm. Si el lado del pentágono mide 5.82 cm, calcula su área.
137. Un círculo está inscrito en un cuadrado de lado 10 cm. Calcula el área del círculo y el área de la región no cubierta por el círculo dentro del cuadrado.
138. En un triángulo, los ángulos son 50°, 60° y 70°. Si el lado opuesto al ángulo de 60° mide 12 cm, calcula los otros dos lados utilizando la Ley de Senos.
139. Un círculo tiene una cuerda de 10 cm de longitud, cuya distancia al centro es 5 cm. Calcula el área del círculo.
140. Un triángulo equilátero tiene un perímetro de 24 cm. Calcula el radio del círculo inscrito y del círculo circunscrito.
141. Un romboide tiene un área de 56 cm^2. Si su base mide 8 cm, calcula su altura.
142. Un terreno tiene forma de triángulo con lados de 20 m, 21 m y 29 m. Demuestra que es un triángulo rectángulo y calcula su área.
143. Un rectángulo tiene un perímetro de 50 cm. Si su largo es 3 veces su ancho, calcula las dimensiones del rectángulo.
144. El área de un polígono regular de 12 lados (dodecágono) es 1200 cm^2 y su apotema es 10 cm. Calcula la longitud de su lado.
145. Un sector circular tiene un ángulo central de 30° y un radio de 6 cm. Calcula la longitud de su arco.
146. Un trapecio tiene bases de 16 cm y 10 cm. Si sus lados no paralelos miden 7 cm y 9 cm, calcula su perímetro.
147. Un cuadrado y un círculo tienen la misma área de 36π cm^2. Calcula la longitud del lado del cuadrado.
148. Un triángulo tiene lados de 5 cm, 7 cm y 9 cm. Calcula el perímetro.

149. El ángulo central de un sector circular es 2 radianes y el radio es 5 cm. Calcula el área del sector.

III. Problemas de Aplicación y Contexto

150. Se quiere rodear con una cinta un pastel circular de 24 cm de diámetro. ¿Cuántos centímetros de cinta se necesitan?
151. Un campo de béisbol es un cuadrado de 90 pies de lado. Si un jugador lanza la bola desde la primera base a la tercera base, ¿qué distancia recorre la bola?
152. Una alfombra rectangular mide 3 metros de largo y 2.5 metros de ancho. Si el metro cuadrado de alfombra cuesta $25, ¿cuál es el costo total de la alfombra?
153. Un reloj de pared tiene un segundero de 12 cm de longitud. ¿Qué distancia recorre la punta del segundero en 1 minuto?
154. Se necesita una lona para cubrir una piscina circular de 8 metros de diámetro. ¿Cuál es el área mínima de lona necesaria?
155. Un jardín tiene forma de romboide con lados de 15 metros y 10 metros. Si la altura perpendicular a la base de 15 metros es 8 metros, ¿cuál es el área del jardín?
156. Una ventana tiene forma de arco de medio punto (semicírculo sobre un rectángulo). El rectángulo mide 1.5 metros de ancho por 2 metros de alto. Calcula el área total de la ventana.
157. Un artesano fabrica banderines triangulares de 20 cm de base y 30 cm de altura. Si necesita 50 banderines, ¿cuánta tela triangular necesitará en total?
158. Un terreno tiene forma de trapecio con bases de 40 metros y 28 metros. Si su altura es de 20 metros, ¿cuál es su área?
159. Un sastre necesita cortar una pieza de tela con forma de sector circular de radio 50 cm y ángulo de 180°. ¿Cuál es el área de esta pieza de tela?
160. Para construir una rampa, se necesita una tabla que forme un ángulo de 30°con el suelo. Si la altura de la rampa es de 1 metro, ¿cuál es la longitud de la tabla necesaria?
161. Una cancha de tenis mide 23.77 metros de largo y 8.23 metros de ancho. ¿Cuál es el perímetro de la cancha?
162. Un plato llano tiene un diámetro de 26 cm. ¿Cuál es el área de la superficie del plato?
163. Un mural tiene forma de pentágono regular. Si su perímetro es de 35 metros y su apotema es de 4.82 metros, ¿cuál es el área del mural?
164. Un granjero desea cercar un terreno con forma de triángulo rectángulo cuyos catetos miden 30 metros y 40 metros. ¿Cuántos metros de cerca necesitará?
165. Una noria tiene un radio de 10 metros. Si una cabina se encuentra a 5 metros de altura desde el suelo (donde la parte más baja de la rueda toca el suelo), ¿cuál es la altura máxima que alcanza la cabina?
166. Una vela triangular tiene una base de 4 metros y una altura de 7 metros. Si se quiere fabricar 3 velas, ¿cuánta tela se necesita en total?
167. Se necesita pintar el techo de una habitación que tiene forma rectangular de 6 metros por 4 metros. ¿Cuánta pintura se necesita si 1 litro de pintura cubre 10 metros cuadrados?

168. Un disco compacto tiene un radio exterior de 6 cm y un agujero central de 0.75 cm de radio. Calcula el área utilizable del disco.
169. Un artesano hace marcos cuadrados. Si un marco tiene un perímetro de 60 cm, ¿cuál es el área que puede contener la foto?
170. Se quiere cubrir con baldosas una acera de 10 metros de largo y 2 metros de ancho. Si cada baldosa es un cuadrado de 0.5 metros de lado, ¿cuántas baldosas se necesitan?
171. Un camino de jardín tiene forma de sector circular con un radio de 8 metros y un ángulo central de 90°. Calcula el área del camino.
172. Un romboide tiene un perímetro de 34 cm. Si un lado mide 7 cm, ¿cuánto mide el otro lado?
173. Un triángulo tiene lados de 6 cm, 8 cm y 10 cm. Si se construye un triángulo semejante cuyo lado más corto mide 9 cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo semejante?
174. En un círculo, una cuerda mide 24 cm y su arco subtendido es de 120°. Calcula el radio del círculo.

Pregunta 3

(Álgebra, Logaritmos y Trigonometría)

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, resuelve las ecuaciones/inecuaciones, simplifica las expresiones o determina los dominios según se solicite, mostrando todos los pasos.

I. Ecuaciones e Inecuaciones Logarítmicas

1. Resuelve la ecuación: $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) = 1$.
2. Determina el dominio de la expresión: $\log_3 (x^2 - 4)$.
3. Resuelve la inecuación: $\log_{0.5} (2x+1) > -1$.
4. Resuelve la ecuación: $(x+1) = (2x-1) - 3$.
5. Calcula el valor de x: $\log_x (81) = 4$.
6. Resuelve la ecuación: $\log_4(x) + \log_2(x) = 6$.
7. Determina el dominio de la expresión: $\log_{x-1} (5-x)$.
8. Resuelve la ecuación: $2\log(x) = \log(x+6)$.
9. Resuelve la inecuación: $\log_5(x^2 - x) \leq \log_5 (6)$.
10. Resuelve la ecuación: $\frac{\log_2(x+2)}{\log_2(x-4)} = 2$
11. Resuelve la ecuación: $\log_3(x-1)^2 = 4$.
12. Determina el dominio de la expresión: $\log(x^2 - 3x + 2)$.
13. Resuelve la inecuación: $\log_2 (x-1) < 3$.
14. Resuelve la ecuación: $\log_x (2x+3) = 2$.
15. Resuelve la ecuación: $\log_7 (x+2) + \log_7(x-4) = \log_7 (7)$.
16. Resuelve la inecuación: $\log_{1/3} (x+4) \geq -2$.
17. Resuelve la ecuación: $(e^{2x} - 2) = x$.
18. Determina el dominio de la expresión: $\frac{1}{\log(x-5)}$.
19. Resuelve la ecuación: $\log_5 (x) - \log_5 (x-4) = 1$.
20. Resuelve la inecuación: $\log_2 (x-3) > \log_2 (5-x)$.

II. Ecuaciones y Inecuaciones Exponenciales

1. Resuelve la ecuación: $3^{2x-1} = 27$.
2. Resuelve la inecuación: $2^{x+2} < 8$.
3. Resuelve la ecuación: $4^x - 2^{x+1} - 8 = 0$.
4. Resuelve la ecuación: $e^{2x} - e^x - 6 = 0$.
5. Resuelve la inecuación: $(0.5)^{x-1} \geq 4$.
6. Resuelve la ecuación: $5^{x^2-3x} = \frac{1}{25}$.
7. Resuelve la ecuación: $2^{x+1} + 2^x = 24$.

8. Resuelve la inecuación: $3^{2x+1} > 9^{x-1}$.
9. Resuelve la ecuación: $7^{x-2} = \sqrt[3]{49}$.
10. Resuelve la inecuación: $\frac{1}{2}^{x^2-x} < \frac{1}{4}$.
11. Resuelve la ecuación: $10^{2x-3} = 0.001$.
12. Resuelve la inecuación: $4^{x+1} \leq 1/2$.
13. Resuelve la ecuación: $3^x + 3^{x+1} = 36$.
14. Resuelve la ecuación: $e^{3x} - 4e^{2x} + 4e^x = 0$.
15. Resuelve la inecuación: $5^{x^2} < 25^x$.
16. Resuelve la ecuación: $8^x = (1/4)^{2x-1}$.
17. Resuelve la ecuación: $(x+1)^x = 1$.
18. Resuelve la inecuación: $(0.2)^{x^2-1} > (0.2)^{2x}$.
19. Resuelve la ecuación: $2^{2x} - 5 \times 2^x + 4 = 0$.
20. Resuelve la inecuación: $\frac{1}{3}^{x+2} \leq 9$.

III. Ecuaciones y Expresiones Trigonométricas

1. Resuelve la ecuación: $2\sin(x) - 1 = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
2. Simplifica la expresión: $\frac{1-\cos^2(x)}{\sin(x)}$.
3. Resuelve la ecuación: $\tan(x) = \sqrt{3}$ para $x \in [0, 2\pi)$.
4. Simplifica la expresión: $\sin(\pi - x) + \cos(\pi/2 - x)$.
5. Resuelve la ecuación: $\cos^2(x) - \sin^2(x) = 0$ para $x \in [0, \pi]$.
6. Resuelve la ecuación: $2\sin^2(x) - \sin(x) - 1 = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
7. Simplifica la expresión: $\frac{\sec(x)-\cos(x)}{\sin(x)}$.
8. Resuelve la ecuación: $\sin(2x) = \cos(x)$ para $x \in [0, 2\pi)$.
9. Resuelve la ecuación: $\sin(x) = -\frac{1}{2}$ para $x \in [0, 2\pi)$.
10. Simplifica la expresión: $\frac{\tan(x)\times\csc(x)}{\sec(x)}$.
11. Resuelve la ecuación: $\sqrt{3}\cot(x) - 1 = 0$ para $x \in [0, \pi]$.
12. Simplifica la expresión: $\cos(\frac{3/\pi}{2} + x) + \sin(\pi + x)$.
13. Resuelve la ecuación: $\tan^2(x) - 3 = 0$ para $x \in [0, \pi]$.
14. Resuelve la ecuación: $\cos(x/2) = 1/2$ para $x \in [0, 4\pi)$.
15. Simplifica la expresión: $(1 + \tan^2(x))\cos^2(x)$.
16. Resuelve la ecuación: $2\cos^2(x) + \cos(x) - 1 = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
17. Determina el dominio de la expresión: $\tan(x)$.
18. Resuelve la ecuación: $\sec(x) = 2$ para $x \in [0, 2\pi)$.
19. Resuelve la ecuación: $\sin(x + \pi/4) = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.

20. Simplifica la expresión: $\frac{\sin(x)}{1+\cos(x)} + \frac{1+\cos(x)}{\sin(x)}$.

IV. Ecuaciones y Inecuaciones Algebraicas

1. Resuelve la ecuación: $|3x - 2| = 7$.
2. Resuelve la inecuación: $|x+4| \geq 5$.
3. Resuelve la ecuación: $\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{x^2-1}$.
4. Resuelve la inecuación: $x^2 - 5x + 6 < 0$.
5. Determina el dominio de la expresión: $\sqrt{x^2 - 9}$.
6. Resuelve la ecuación: $(x-3)^2 = 25$.
7. Resuelve la inecuación: $\frac{x-2}{x+3} \geq 0$.
8. Resuelve la ecuación: $\sqrt{2x + 1} = x - 1$.
9. Resuelve la inecuación: $|2x - 3| < 5$.
10. Determina el dominio de la expresión: $\frac{x-1}{\sqrt{x^2-4}}$.
11. Resuelve la ecuación: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.
12. Resuelve la inecuación: $x^2 - 4x + 4 > 0$.
13. Resuelve la ecuación: $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = 3$.
14. Resuelve la inecuación: $\frac{x^2+1}{x-1} < 0$.
15. Resuelve la ecuación: $|x^2 - 4| = 5$.
16. Resuelve la ecuación: $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$.
17. Determina el dominio de la expresión: $\frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$.
18. Resuelve la inecuación: $x^2 \geq 9$.

V. Simplificación de Expresiones y Dominios Mixtos

1. Determina el dominio de la función: f(x) = $\frac{\log(x+1)}{x-3}$.
2. Simplifica la expresión: $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$.
3. Simplifica la expresión: $\sqrt{12x^{3y^2}}$.
4. Simplifica la expresión: $\log_2(16) + \log_3(9) - \log_5(1)$.
5. Determina el dominio de la función: f(x) = $\sqrt{\frac{x+2}{x-1}}$.
6. Simplifica la expresión: $(\sin(x) + \cos(x))^2 - \sin(2x)$.
7. Simplifica la expresión: $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$.
8. Simplifica la expresión: $\frac{\tan(x)\times\cos(x)}{\sin(x)}$.
9. Simplifica la expresión: $\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)(\sqrt{x} - \sqrt{y})$.
10. Simplifica la expresión: $\frac{2^{n+1}\times 4^n}{8^{n-1}}$.

11. Determina el dominio de la expresión: $\frac{1}{e^x-1}$.
12. Simplifica la expresión: $\frac{\csc(x)-\sin(x)}{\cot(x)}$.
13. Simplifica la expresión: $\frac{x^3-8}{x^2+2x+4}$.
14. Simplifica la expresión: $\log_b (b^3 \times b^{-2})$.
15. Determina el dominio de la expresión: $\log_{x^2}(x+3)$.
16. Simplifica la expresión: $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$.
17. Determina el dominio de la función: f(x) = $\frac{1}{\tan(x)}$ para x ∈ [0, 2π).

Parte II

I. Ecuaciones e Inecuaciones Logarítmicas

1. Resuelve la ecuación: $\log_2 (x^2 - 7x + 10) = 3$.
2. Determina el dominio de la expresión: $\log_5 (9 - x^2)$.
3. Resuelve la inecuación: $\log_3 (x+5) > 2$.
4. Calcula el valor de x: $\log_x 27 = 3/2$.
5. Resuelve la ecuación: $\log_3 (x) + \log_9 (x) = 3$.
6. Determina el dominio de la expresión: $\log_{x+2} (6-x)$.
7. Resuelve la ecuación: $\log(x) + \log(x-3) = 1$.
8. Resuelve la inecuación: $\log_{0.2} (x^2 - 4) \geq \log_{0.2} (3x)$.
9. Resuelve la ecuación: $\frac{\log(x+3)}{\log(x-2)} = 2$
10. Resuelve la ecuación: $\log_4(2x-1)^2 = 2$.
11. Determina el dominio de la expresión: $\log(x^2 - 5x - 6)$.
12. Resuelve la inecuación: $\log_4 (x+2) < 2$.
13. Resuelve la ecuación: $\log_x (x^2 - 2x + 2) = 2$.
14. Resuelve la ecuación: $\log_6 (x-1) + \log_6 (x+4) = \log_6 (6)$.
15. Resuelve la inecuación: $\log_{1/2}(2x-3) \geq -1$.
16. Determina el dominio de la expresión: $\frac{1}{\log_2(x^2-1)}$.
17. Resuelve la ecuación: $\log_3 (x+2) - \log_3 (x-1) = 1$.
18. Resuelve la inecuación: $\log_{0.5} (x^2+1) < \log_{0.5} (2x+1)$.

II. Ecuaciones e Inecuaciones Exponenciales

1. Resuelve la ecuación: $5^{3x-2} = 125$.
2. Resuelve la inecuación: $3^{x-1} > 9$.
3. Resuelve la ecuación: $9^x - 3^{x+1} - 10 = 0$.

4. Resuelve la ecuación: $2^{2x} - 3 \times 2^{x} - 4 = 0$.
5. Resuelve la inecuación: $(0.25)^{x+1} \leq 16$.
6. Resuelve la ecuación: $e^{x^2-2x} = \frac{1}{e}$.
7. Resuelve la ecuación: $3^{x-1} + 3^{x+1} = 90$.
8. Resuelve la inecuación: $2^{3x-1} \leq (1/4)^{x-2}$.
9. Resuelve la ecuación: $6^{x+3} = \sqrt{36}$.
10. Resuelve la inecuación: $(0.1)^{x^2+2} > 0.01$.
11. Resuelve la ecuación: $10^{x^2-4x+3} = 1$.
12. Resuelve la inecuación: $7^{x-2} < 1/49$.
13. Resuelve la ecuación: $e^{2x} - 5e^{x} + 6 = 0$.
14. Resuelve la ecuación: $4^{x+2} + 4^{x} = 272$.
15. Resuelve la inecuación: $2^{x^2+x} < 8$.
16. Resuelve la ecuación: $(1/9)^{x} = 3^{x+5}$.
17. Resuelve la ecuación: $(x-2)^{x+1} = 1$.
18. Resuelve la inecuación: $(0.5)^{x^2-x} < (0.5)^{2}$.
19. Resuelve la ecuación: $5 \times 25^{x} - 26 \times 5^{x} + 5 = 0$.
20. Resuelve la inecuación: $\frac{1}{4}^{x-3} \leq 16$.

III. Ecuaciones y Expresiones Trigonométricas

1. Resuelve la ecuación: $\sqrt{2}\cos(x) + 1 = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
2. Simplifica la expresión: $\frac{sec^2(x)-1}{\tan(x)}$.
3. Resuelve la ecuación: $\cot(x) = -1$ para $x \in [0, 2\pi)$.
4. Simplifica la expresión: $\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{3/\pi}{2} - x\right)$.
5. Resuelve la ecuación: $\sin^2(x) - \cos^2(x) = \frac{1}{2}$ para $x \in [0, 2\pi)$.
6. Resuelve la ecuación: $2\cos^2(x) + 3\sin(x) = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
7. Simplifica la expresión: $\frac{\tan(x)+\cot(x)}{\sec(x)\times\csc(x)}$.
8. Resuelve la ecuación: $\cos(2x) = \sin(x)$ para $x \in [0, 2\pi)$.
9. Resuelve la ecuación: $\tan(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ para $x \in [0, 2\pi)$.
10. Simplifica la expresión: $\sin(x)\cot(x)$.
11. Resuelve la ecuación: $\tan^2(x) - \tan(x) = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
12. Simplifica la expresión: $\frac{1}{tan^2(x)+1}$.
13. Resuelve la ecuación: $4\sin^2 x - 3 = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
14. Resuelve la ecuación: $\sin(x/2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $x \in [0, 4\pi)$.

15. Simplifica la expresión: $(\sin(x) + \cos(x))^2 + (\sin(x) - \cos(x))^2$.
16. Resuelve la ecuación: $\sin(x)\cos(x) = 1/4$ para $x \in [0, 2\pi)$.
17. Determina el dominio de la expresión: $\csc(x)$.
18. Resuelve la ecuación: $\cot(x) = 0$ para $x \in [0, 2\pi)$.
19. Resuelve la ecuación: $\cos(x - \pi/3) = 1$ para $x \in [0, 2\pi)$.
20. Simplifica la expresión: $\frac{\cos^2(x)}{1-\sin(x)}$.

IV. Ecuaciones e Inecuaciones Algebraicas

1. Resuelve la ecuación: $|5x + 3| = 8$.
2. Resuelve la inecuación: $|x-6| < 2$.
3. Resuelve la ecuación: $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x(x+2)}$.
4. Resuelve la inecuación: $x^2 + x - 12 \geq 0$.
5. Determina el dominio de la expresión: $\sqrt{16 - x^2}$.
6. Resuelve la ecuación: $(2x+1)^2 = 9$.
7. Resuelve la inecuación: $\frac{x+5}{x-4} < 0$.
8. Resuelve la ecuación: $\sqrt{3x - 2} = x - 2$.
9. Resuelve la inecuación: $|4x - 1| > 7$.
10. Determina el dominio de la expresión: $\frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$.
11. Resuelve la ecuación: $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$.
12. Resuelve la inecuación: $x^2 + 6x + 9 \le 0$.
13. Resuelve la ecuación: $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{x-2}$.
14. Resuelve la inecuación: $\frac{x^2-9}{x-1} \geq 0$.
15. Resuelve la ecuación: $|x^2 - 2x| = 3$.
16. Resuelve la ecuación: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.
17. Determina el dominio de la expresión: $\frac{\sqrt{x.-3}}{x-5}$.
18. Resuelve la inecuación: $(x-1)(x+2)(x-3) > 0$.

V. Simplificación de Expresiones y Dominios Mixtos

1. Simplifica la expresión: $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$.
2. Simplifica la expresión: $\sqrt{20a^{5b^4}}$.
3. Simplifica la expresión: $\log_4(64) - \log_2(8) + \log_7(49)$.
4. Determina el dominio de la función: $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$.
5. Simplifica la expresión: $\sin^2(x)\cot^2(x) + \cos^2(x)\tan^2(x)$.
6. Simplifica la expresión: $\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2}$.

7. Simplifica la expresión: $\frac{\sec(x)}{\tan(x)+\cot(x)}$.
8. Simplifica la expresión: $\left(2\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(2\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$.
9. Simplifica la expresión: $\frac{3^{(n-1)}\times 9^{(n+1)}}{27^n}$.
10. Determina el dominio de la expresión: $\frac{1}{e^{2x}}-e^{x}$.
11. Simplifica la expresión: $\frac{\tan(x)}{\sec(x)-\cos(x)}$.
12. Simplifica la expresión: $\frac{x^4-16}{x^2+4}$.
13. Simplifica la expresión: $\log_a (a^5 \times a^{-3}) + \log_a(a^0)$.
14. Determina el dominio de la expresión: $\log_{x-1}(4-x)$.
15. Simplifica la expresión: $\sqrt{75}+\sqrt{48}-\sqrt{27}$.
16. Determina el dominio de la función: $f(x) = \frac{1}{\cos(x)}$ para $x \in [0, 2\pi)$

Pregunta 4

Instrucciones Generales: Para cada problema, lee cuidadosamente el enunciado y resuelve lo que se pide, mostrando todos los cálculos y razonamientos necesarios.

I. Porcentajes, Fracciones y Proporciones

1. En una escuela, el 40% de los estudiantes son varones. Si hay 120 varones, ¿cuántos estudiantes hay en total en la escuela?
2. Un artículo que cuesta $250 se vende con un descuento del 15%. ¿Cuál es el precio final del artículo?
3. De una torta, se comió 1/4 en el desayuno y 2/5 en el almuerzo. ¿Qué fracción de la torta queda?
4. Si el precio de un producto aumentó un 20% y ahora cuesta $360, ¿cuál era su precio original?
5. En una encuesta, 3 de cada 5 personas prefieren el café. Si se encuestaron a 250 personas, ¿cuántas prefieren el café?
6. Un tanque de agua está lleno hasta sus 3/4 partes. Si se sacan 20 litros, el tanque queda a la mitad de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del tanque?
7. Un agricultor cosechó 800 kg de frutas. El 30% son manzanas, el 45% son peras y el resto son naranjas. ¿Cuántos kg de naranjas cosechó?
8. En una clase de 30 estudiantes, 2/3 aprobaron el examen de matemáticas y 1/5 del total de estudiantes obtuvo una calificación sobresaliente. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron una calificación sobresaliente?
9. Si 3 obreros construyen una pared en 10 días, ¿cuántos días tardarán 5 obreros en construir la misma pared (asumiendo que trabajan al mismo ritmo)?
10. Un libro tiene 240 páginas. Si leí el 60% de las páginas, ¿cuántas páginas me quedan por leer?
11. Un comerciante compró un producto en $150 y lo vendió obteniendo una ganancia del 20% sobre el precio de compra. ¿A qué precio lo vendió?
12. Un barril de vino se ha llenado hasta 3/8 de su capacidad. Si se añaden 30 litros, se llena hasta 3/4 de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del barril?
13. El 25% de un número es 50. ¿Cuál es el número?
14. En un partido de baloncesto, un jugador anotó el 30% de los puntos de su equipo. Si el equipo hizo 80 puntos, ¿cuántos puntos anotó el jugador?
15. Una herencia de $120,000 se reparte entre tres hermanos en la proporción 2:3:5. ¿Cuánto recibe cada uno?
16. Si 5/6 de los estudiantes de una escuela son mayores de 10 años, y hay 40 estudiantes menores de 10 años, ¿cuántos estudiantes tiene la escuela en total?
17. El precio de una camisa se rebajó un 25% y ahora cuesta $45. ¿Cuál era el precio original de la camisa?
18. En una fábrica, el 8% de los productos salen defectuosos. Si en un día se produjeron 5000 artículos, ¿cuántos artículos defectuosos se esperan?

19. Si 2/3 de los alumnos de un curso son hombres y la mitad de los hombres usan gafas, ¿qué fracción del curso son hombres que usan gafas?
20. Una receta de cocina indica que por cada 3 tazas de harina se usan 2 tazas de azúcar. Si se utilizan 5 tazas de harina, ¿cuántas tazas de azúcar se necesitarán?
21. Un televisor se compra en $800 y se desea venderlo obteniendo una ganancia del 15% sobre el precio de venta. ¿A qué precio debe venderse?
22. Un grifo llena un tanque en 4 horas y otro grifo lo vacía en 6 horas. Si ambos se abren al mismo tiempo, ¿en cuánto tiempo se llenará el tanque?
23. Si 25 estudiantes representan el 20% del total de un club, ¿cuántos estudiantes hay en el club?
24. De los animales de una granja, el 1/3 son vacas, 1/4 son cerdos y el resto son gallinas. Si hay 25 gallinas, ¿cuántos animales hay en total en la granja?
25. Un automóvil consume 8 litros de gasolina por cada 100 km. Si el tanque tiene 40 litros, ¿cuántos km puede recorrer?

II. Problemas de Edad

26. Juan tiene 10 años más que Pedro. Si la suma de sus edades es 42, ¿qué edad tiene cada uno?
27. La edad de María es el doble que la de su hijo. Si hace 5 años la edad de María era el triple que la de su hijo, ¿qué edades tienen ahora?
28. Si al doble de la edad de Ana se le resta 17 años, se obtiene 35 años. ¿Qué edad tiene Ana?
29. Pedro tiene 8 años más que su hermana. Dentro de 4 años, la edad de Pedro será el doble que la de su hermana. ¿Qué edades tienen actualmente?
30. La suma de las edades de dos hermanos es 30. Si el mayor tiene 6 años más que el menor, ¿qué edad tiene cada uno?
31. La edad de un padre es el triple de la edad de su hijo. Si sus edades suman 48 años, ¿qué edad tiene el padre?
32. Hace 7 años, la edad de un padre era 5 veces la edad de su hijo. Si actualmente el padre tiene 42 años, ¿qué edad tiene el hijo?
33. La edad de Carlos es la mitad de la edad de su hermana. Si la suma de sus edades es 27, ¿qué edad tiene cada uno?
34. Dentro de 10 años, Juan tendrá el doble de la edad que tenía hace 5 años. ¿Qué edad tiene Juan ahora?
35. La edad de una madre es 3 veces la edad de su hija. En 10 años, la suma de sus edades será 76. ¿Qué edades tienen ahora?
36. Si al quíntuple de mi edad le resto 12, obtengo 38. ¿Qué edad tengo?
37. Un abuelo tiene 60 años y su nieto 10 años. ¿Cuántos años deben pasar para que la edad del abuelo sea el triple de la del nieto?
38. La edad de Luis es la cuarta parte de la de su padre. Si dentro de 16 años la edad del padre será el doble de la de Luis, ¿qué edad tienen ahora?

39. La suma de las edades de tres amigos es 55 años. Si el segundo es 5 años mayor que el primero y el tercero es 10 años mayor que el segundo, ¿qué edad tiene cada uno?
40. Ana tiene 3 años menos que su hermano. Si la suma de sus edades es 25, ¿qué edad tiene cada uno?

III. Problemas de Velocidad, Tiempo y Distancia

41. Un automóvil viaja a una velocidad constante de 80 km/h. ¿Qué distancia recorrerá en 3.5 horas? Un tren recorre 450 km en 5 horas. ¿Cuál es su velocidad promedio?
42. Si un ciclista recorre 120 km a una velocidad de 20 km/h, ¿cuánto tiempo tarda en completar el recorrido?
43. Un coche sale de una ciudad A hacia una ciudad B a 60 km/h. Al mismo tiempo, otro coche sale de B hacia A a 40 km/h. Si la distancia entre A y B es 300 km, ¿después de cuánto tiempo se encuentran?
44. Juan y Pedro viven a 50 km de distancia. Juan sale en bicicleta a 15 km/h y Pedro sale a su encuentro en patines a 10 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse?
45. Un atleta corre 400 metros en 50 segundos. ¿Cuál es su velocidad en m/s?
46. Un avión vuela a 700 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 2100 km?
47. Si camino a 5 km/h, tardo 2 horas en llegar a un lugar. ¿A qué velocidad debería ir para llegar en 1.5 horas?
48. Un barco viaja a favor de la corriente a 25 km/h y en contra de la corriente a 15 km/h. ¿Cuál es la velocidad del barco en aguas tranquilas y la velocidad de la corriente?
49. Un tren de carga sale de una estación a 40 km/h. Dos horas después, un tren de pasajeros sale de la misma estación y en la misma dirección a 60 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el tren de pasajeros en alcanzar al tren de carga?
50. Una persona corre 10 km en 1 hora y 15 minutos. ¿Cuál es su velocidad promedio en km/h?
51. Dos pueblos están separados por 180 km. Un autobús sale del pueblo A hacia el pueblo B a 70 km/h, y otro autobús sale del pueblo B hacia el pueblo A a 80 km/h. Si salen a la misma hora, ¿a qué distancia del pueblo A se encuentran?
52. Un auto viaja a 90 km/h durante 2 horas. Luego, reduce su velocidad a 70 km/h durante 3 horas. ¿Cuál es la distancia total recorrida?
53. Si la velocidad de un río es 5 km/h y un bote viaja a 20 km/h en aguas tranquilas. ¿Cuánto tiempo tardará el bote en recorrer 60 km río arriba y luego 60 km río abajo?
54. Una tortuga se mueve a 0.5 m/s. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 10 metros?

IV. Problemas de Mezclas y Cantidades

55. Se mezclan 20 kg de café de $12/kg con 30 kg de café de $18/kg. ¿Cuál es el precio por kg de la mezcla?
56. Un joyero tiene oro del 70% de pureza y oro del 90% de pureza. ¿Cuántos gramos de cada tipo debe mezclar para obtener 100 gramos de oro del 85% de pureza?
57. Se mezclan 50 litros de alcohol al 80% con 30 litros de alcohol al 60%. ¿Cuál es el porcentaje de alcohol en la mezcla final?

58. En una caja hay monedas de $1 y de $0.50. Si hay 20 monedas en total y el valor total es $16, ¿cuántas monedas de cada tipo hay?
59. Se desea obtener 10 litros de una solución ácida al 40%. Si se tienen soluciones al 20% y al 60%, ¿cuántos litros de cada una se deben mezclar?
60. En un estanque, hay peces de dos tipos: rojos y azules. Si hay 80 peces en total y la proporción de peces rojos a azules es 3:5, ¿cuántos peces de cada color hay?
61. Un comerciante mezcla dos tipos de caramelos: uno a $5/kg y otro a $8/kg. Si quiere obtener 50 kg de mezcla a $6/kg, ¿cuántos kg de cada tipo debe usar?
62. Un recipiente contiene 10 litros de agua pura. Si se le añaden 5 litros de salmuera al 20% de sal, ¿cuál es el porcentaje de sal en la nueva mezcla?
63. Una empresa fabrica pintura mezclando pintura base a $10/litro con pigmento a $30/litro. Si quieren producir 100 litros de pintura a $15/litro, ¿cuántos litros de cada componente deben usar?
64. Un granjero tiene gallinas y conejos. Si cuenta 30 cabezas y 80 patas, ¿cuántas gallinas y cuántos conejos tiene?
65. Se mezclan 400 gramos de chocolate al 70% de cacao con 600 gramos de chocolate al 50% de cacao. ¿Cuál es el porcentaje de cacao en la mezcla final?
66. Un agricultor tiene un campo de 20 hectáreas para sembrar maíz y frijoles. Si por cada hectárea de maíz obtiene el doble de ganancia que por cada hectárea de frijoles, y quiere maximizar su ganancia con una inversión equitativa en ambos cultivos, ¿cuántas hectáreas debe sembrar de cada uno?
67. Una tienda vende dos tipos de camisas, unas a $20 y otras a $35. Si vendió 15 camisas en total y obtuvo $375, ¿cuántas camisas de cada tipo vendió?
68. Se tienen dos alambres, uno de 18 metros y otro de 24 metros. Se cortan ambos en trozos iguales, lo más grandes posible, sin que sobre nada. ¿Cuál es la longitud de cada trozo?
69. Se desea dividir un grupo de 72 personas en equipos, de manera que cada equipo tenga el mismo número de personas y el número de equipos sea el máximo posible. ¿Cuántas personas habrá por equipo?

V. Problemas de Lógica y Razonamiento Diverso

70. En una competencia, Juan obtuvo el triple de puntos que Pedro, y la mitad de puntos que María. Si entre los tres sumaron 220 puntos, ¿cuántos puntos obtuvo cada uno?
71. Tres números consecutivos suman 105. ¿Cuáles son los números?
72. Si el perímetro de un rectángulo es 40 cm y su largo es el triple de su ancho, ¿cuáles son sus dimensiones?
73. Un número excede a otro en 15 unidades. Si la suma de ambos números es 83, ¿cuáles son esos números?
74. El precio de una entrada al cine es $10 para adultos y $6 para niños. Si en una función se vendieron 150 entradas y se recaudaron $1200, ¿cuántos adultos y cuántos niños asistieron?
75. Un padre reparte 120 caramelos entre sus tres hijos de forma proporcional a sus edades: 4, 6 y 10 años. ¿Cuántos caramelos recibe cada hijo?

76. Un comerciante vende lápices a $1.50 y cuadernos a $4. Si vendió 20 artículos en total y recaudó $55, ¿cuántos lápices y cuántos cuadernos vendió?
77. La suma de tres números pares consecutivos es 78. ¿Cuáles son los números?
78. Si el doble de un número más 5 es igual a 27, ¿cuál es el número?
79. Un jardín rectangular tiene un perímetro de 60 metros. Si el largo es el doble del ancho, ¿cuáles son las dimensiones del jardín?
80. Un tanque se llena con dos tuberías. Una lo llena en 6 horas y la otra en 4 horas. Si se abren ambas tuberías, ¿en cuánto tiempo se llenará el tanque?
81. Tres hermanos se reparten una suma de dinero. El primero recibe 1/3 del total, el segundo 2/5 del total, y el tercero los $60 restantes. ¿Cuál era la suma total de dinero?
82. En una granja hay patos y ovejas. Si se cuentan 35 cabezas y 94 patas, ¿cuántos patos y cuántas ovejas hay?
83. La suma de los dígitos de un número de dos cifras es 9. Si al número se le invierten los dígitos, el nuevo número excede al original en 27. ¿Cuál es el número original?
84. Un examen tiene preguntas de 3 puntos y de 5 puntos. Si un estudiante respondió 10 preguntas y obtuvo 38 puntos, ¿cuántas preguntas de cada tipo respondió?
85. La suma de dos números es 45 y su diferencia es 13. ¿Cuáles son los números?
86. Si el área de un terreno rectangular es 240 m^2 y el largo mide 8 metros más que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?
87. Un carpintero tiene un trozo de madera de 200 cm. Si necesita cortar piezas de 15 cm y de 25 cm, y desea usar toda la madera, ¿cuántas piezas de cada tipo puede cortar? (Buscar posibles soluciones)
88. Un grifo llena un cubo en 12 minutos. Si otro grifo llena el mismo cubo en 8 minutos, ¿cuánto tiempo tardarán en llenarlo juntos?
89. Un número de dos cifras es tal que la cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades. Si el número original se resta de 36, el resultado es el número con las cifras invertidas. ¿Cuál es el número?
90. En un estacionamiento hay motos y coches. Si hay 30 vehículos y 80 ruedas en total, ¿cuántas motos y cuántos coches hay?
91. Se tienen $50 en billetes de $5 y $10. Si hay 8 billetes en total, ¿cuántos billetes de cada denominación hay?
92. La suma de tres números consecutivos es 132. ¿Cuáles son los números?
93. Si la edad de Luis es el triple de la de su hermano menor, y la edad del hermano menor es la mitad de la de su hermana, y la suma de las tres edades es 36, ¿qué edad tiene cada uno?
94. Un artículo se vendió en $180, perdiendo el 10% de su costo. ¿Cuál fue el costo del artículo?
95. La suma de los ángulos de un triángulo es 180°. Si un ángulo es el doble del segundo y el tercero es 20° más que el segundo, ¿cuáles son las medidas de los ángulos?
96. Un depósito tiene agua hasta la mitad de su capacidad. Si se extraen 50 litros, el nivel baja a 1/4 de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del depósito?

97. Un número más su cuarta parte es igual a 20. ¿Cuál es el número?
98. En una reunión, el 60% son mujeres. Si hay 120 hombres, ¿cuántas mujeres hay?
99. La suma de las edades de un padre y su hijo es 50 años. Si el padre tiene 4 años más que el triple de la edad del hijo, ¿qué edad tiene cada uno.

Parte II

I. Porcentajes, Fracciones y Proporciones

1. En una ciudad, el 35% de los habitantes son menores de 18 años. Si hay 70,000 habitantes en total, ¿cuántos son menores de 18 años?
2. Un producto tiene un precio original de $400. Si se aplica un descuento del 10% y luego un 5% adicional sobre el precio ya rebajado, ¿cuál es el precio final?
3. De un rollo de tela, se usó 1/3 para hacer cortinas y 1/6 para hacer cojines. ¿Qué fracción del rollo de tela queda?
4. El precio de un servicio se incrementó un 15% y ahora es $115. ¿Cuál era el precio original del servicio?
5. En un grupo de estudio, 2 de cada 7 estudiantes son extranjeros. Si el grupo tiene 42 estudiantes, ¿cuántos son extranjeros?
6. Un depósito de gasolina está lleno hasta sus 2/5 partes. Si se le añaden 45 litros, el depósito se llena hasta 4/5 de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del depósito?
7. En una panadería, el 25% de los panes son integrales, el 50% son blancos y el resto son de centeno. Si se produjeron 600 panes en un día, ¿cuántos panes de centeno se hicieron?
8. En una biblioteca, 3/4 de los libros son de ficción y 1/6 del total son de ciencia ficción. ¿Qué fracción de los libros son de ciencia ficción?
9. Si 4 máquinas producen 1000 piezas en 8 horas, ¿cuántas piezas producirán 6 máquinas en 10 horas, trabajando al mismo ritmo?
10. Un examen consta de 50 preguntas. Si un estudiante respondió correctamente el 80% de las preguntas, ¿cuántas preguntas incorrectas tuvo?
11. Un vendedor compra un artículo en $80 y desea venderlo con una ganancia del 30% sobre el precio de costo. ¿A qué precio debe venderlo?
12. Un tanque de agua se vacía a razón de 1/5 de su capacidad por hora. Si el tanque tiene 1000 litros, ¿cuántos litros quedan después de 3 horas?
13. El 15% de un salario es $180. ¿Cuál es el salario completo?
14. En un sorteo, un boleto tiene una probabilidad de 2/25 de ganar. Si se vendieron 500 boletos, ¿cuántos boletos ganadores hay?
15. Una propina de $90 se reparte entre tres meseros en la proporción 1:2:3. ¿Cuánto recibe cada uno?
16. Si 3/7 de los animales de un zoológico son aves y hay 40 animales que no son aves, ¿cuántos animales hay en total en el zoológico?
17. El precio de una bicicleta era $320. Después de una temporada, se rebajó un 20%. ¿Cuál es el nuevo precio?

18. Un frasco de pastillas tiene un contenido neto de 250 gramos. Si la etiqueta indica que el 0.5% son excipientes, ¿cuántos gramos de principio activo tiene?
19. En un equipo de fútbol, 3/4 de los jugadores son mayores de 20 años. Si la mitad de los jugadores mayores de 20 años son defensas, ¿qué fracción del equipo son defensas mayores de 20 años?
20. Para hacer limonada, la proporción de limón a agua es 1:4. Si se usan 2.5 litros de agua, ¿cuántos litros de limón se necesitan?
21. Un libro se vende en $60, obteniendo una ganancia del 25% sobre el precio de venta. ¿Cuál fue el precio de costo del libro?
22. Un pintor puede pintar una casa en 10 días, y su ayudante en 15 días. Si trabajan juntos, ¿en cuánto tiempo pintarán la casa?
23. Si 18 alumnos representan el 60% de los alumnos de un aula, ¿cuántos alumnos hay en total en el aula?
24. En un huerto, el 2/5 de los árboles son manzanos, el 1/3 son perales y el resto son cerezos. Si hay 16 cerezos, ¿cuántos árboles hay en total?
25. Un coche consume 6 litros de combustible cada 80 km. Si el tanque tiene 30 litros, ¿qué distancia máxima puede recorrer?

II. Problemas de Edad

26. La edad de Ana es el triple que la de su hija. Si dentro de 8 años la edad de Ana será el doble que la de su hija, ¿qué edades tienen actualmente?
27. Si a la edad de Pedro le sumo 15 años y el resultado lo divido por 3, obtengo 10. ¿Qué edad tiene Pedro?
28. La suma de las edades de dos hermanos es 28 años. Si el mayor tiene 4 años más que el menor, ¿qué edad tiene cada uno?
29. Miguel tiene el doble de la edad de su hermano. Hace 3 años, la suma de sus edades era 18. ¿Qué edades tienen ahora?
30. La edad de un padre es 20 años mayor que la de su hijo. Si la suma de sus edades es 48, ¿qué edad tiene cada uno?
31. La edad de Carlos es la mitad de la edad de su hermana más 5 años. Si Carlos tiene 12 años, ¿qué edad tiene su hermana?
32. Dentro de 5 años, mi edad será el doble de la que tenía hace 5 años. ¿Qué edad tengo ahora?
33. La suma de las edades de Juan y María es 40. Si la edad de Juan es 3/5 de la edad de María, ¿qué edad tiene cada uno?
34. Un abuelo tiene 5 veces la edad de su nieto. Hace 3 años, el abuelo tenía 7 veces la edad del nieto. ¿Qué edades tienen actualmente?
35. La edad de un padre es el triple de la de su hijo. Si hace 2 años la suma de sus edades era 36, ¿qué edades tienen ahora?
36. Si el cuádruple de la edad de Luis disminuido en 5 es igual a 43, ¿qué edad tiene Luis?
37. Una madre tiene 45 años y su hijo 20. ¿Hace cuántos años la edad de la madre era el doble que la del hijo?

38. La edad de Sara es 1/3 de la edad de su padre. Si la suma de sus edades es 60, ¿qué edad tiene cada uno?
39. La suma de las edades de tres primos es 36 años. Si el segundo tiene el doble de la edad del primero y el tercero tiene 3 años más que el segundo, ¿qué edad tiene cada uno?
40. Si el doble de la edad de Juan es igual a su edad más 15, ¿qué edad tiene Juan?

III. Problemas de Velocidad, Tiempo y Distancia

41. Un coche viaja a una velocidad constante de 90 km/h. ¿Cuánto tiempo le tomará recorrer 360 km?
42. Un ciclista recorre 60 km en 2.5 horas. ¿Cuál es su velocidad promedio en km/h?
43. Si un avión vuela a 600 km/h, ¿qué distancia recorrerá en 45 minutos?
44. Dos ciudades A y B están a 400 km de distancia. Un tren sale de A hacia B a 80 km/h y otro tren sale de B hacia A a 70 km/h. ¿Después de cuánto tiempo se cruzan?
45. Un corredor y un ciclista inician en el mismo punto y van en la misma dirección. El corredor va a 10 km/h y el ciclista a 25 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el ciclista en estar 30 km delante del corredor?
46. Una persona camina a 6 km/h. ¿Qué distancia recorrerá en 20 minutos?
47. Un barco recorre 150 millas náuticas en 6 horas. ¿Cuál es su velocidad promedio?
48. Si tardo 3 horas en llegar a mi destino a 70 km/h, ¿a qué velocidad debería ir para llegar en 2.5 horas?
49. Un nadador puede nadar a 4 km/h en aguas tranquilas. Si la corriente de un río es de 1 km/h, ¿cuánto tiempo tardará en nadar 15 km río abajo y 15 km río arriba?
50. Un camión sale de un almacén a 50 km/h. Una hora después, una furgoneta sale de la misma dirección a 75 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará la furgoneta en alcanzar al camión?
51. Una tortuga se mueve a 1.5 metros por minuto. ¿Qué distancia recorrerá en 10 segundos?
52. La distancia entre dos puertos es de 200 km. Un barco sale del puerto A a 50 km/h y 1 hora después, otro barco sale del puerto B (hacia A) a 60 km/h. ¿A qué distancia del puerto A se encuentran?
53. Un coche viaja a 70 km/h durante 1.5 horas. Luego acelera a 100 km/h durante 1 hora. ¿Cuál es la distancia total recorrida?
54. La velocidad de un avión en calma es 500 km/h. Si hay viento de cola de 50 km/h en un viaje y viento en contra de 50 km/h en el regreso, ¿cuánto tiempo tardará en hacer un viaje de ida y vuelta de 2200 km?
55. Una persona corre 5 km en 30 minutos. ¿Cuál es su velocidad promedio en m/s?

IV. Problemas de Mezclas y Cantidades

56. Se mezclan 30 litros de vino de $8/litro con 20 litros de vino de $15/litro. ¿Cuál es el precio por litro de la mezcla resultante?
57. Se tienen dos aleaciones de plata: una al 60% de pureza y otra al 90% de pureza. ¿Cuántos gramos de cada una se deben usar para obtener 300 gramos de una aleación al 75% de pureza?

58. Se mezclan 25 ml de una solución salina al 40% con 15 ml de una solución salina al 70%. ¿Cuál es el porcentaje de sal en la mezcla final?
59. En una alcancía hay billetes de $5 y $20. Si hay 12 billetes en total y el valor total es $145, ¿cuántos billetes de cada denominación hay?
60. Se desea obtener 500 ml de una solución de alcohol al 30%. Si se tienen soluciones al 10% y al 50%, ¿cuántos ml de cada una se deben mezclar?
61. En una bolsa hay canicas de dos colores: verdes y amarillas. Si hay 120 canicas en total y la proporción de canicas verdes a amarillas es 5:3, ¿cuántas canicas de cada color hay?
62. Un agricultor mezcla dos tipos de fertilizante: uno a $15/kg y otro a $25/kg. Si quiere obtener 80 kg de mezcla a $18/kg, ¿cuántos kg de cada tipo debe usar?
63. Un recipiente contiene 200 gramos de azúcar pura. Si se añaden 300 gramos de una mezcla de azúcar y harina al 60% de azúcar, ¿cuál es el porcentaje de azúcar en la nueva mezcla?
64. Una empresa produce un perfume mezclando una esencia A a $100/litro con una esencia B a $50/litro. Si quieren producir 2 litros de perfume a $75/litro, ¿cuántos litros de cada esencia deben usar?
65. Un ganadero tiene vacas y ovejas. Si cuenta 50 cabezas y 140 patas, ¿cuántas vacas y cuántas ovejas tiene?
66. Se mezclan 1 kg de café molido a $10/kg con 0.5 kg de café en grano a $15/kg. ¿Cuál es el precio por kg de la mezcla?
67. Una tienda vende dos tipos de chocolates: uno a $5 y otro a $8. Si vendió 20 chocolates en total y obtuvo $124, ¿cuántos chocolates de cada tipo vendió?
68. Se tienen dos listones de madera, uno de 36 cm y otro de 54 cm. Se cortan ambos en trozos iguales, lo más largos posible, sin que sobre nada. ¿Cuál es la longitud de cada trozo?
69. Se desea dividir un grupo de 90 personas en equipos, de manera que cada equipo tenga el mismo número de personas y el número de equipos sea el máximo posible. ¿Cuántas personas habrá por equipo?
70. Se tienen 5 kg de una solución de sal al 20%. Si se evaporan 2 kg de agua, ¿cuál es el nuevo porcentaje de sal en la solución?

V. Problemas de Lógica y Razonamiento Diverso

71. En un examen, un estudiante obtuvo 15 puntos menos que el doble de los puntos de otro estudiante. Si la suma de sus puntos fue 120, ¿cuántos puntos obtuvo cada uno?
72. Tres números impares consecutivos suman 87. ¿Cuáles son los números?
73. Si el perímetro de un triángulo equilátero es 45 cm, ¿cuál es la longitud de cada lado?
74. Un número es el doble de otro. Si la suma de ambos números es 72, ¿cuáles son esos números?
75. El precio de un boleto de autobús es $3 para niños y $5 para adultos. Si en un viaje subieron 40 pasajeros y se recaudaron $150, ¿cuántos niños y cuántos adultos viajaron?
76. Una cantidad de $240 se reparte entre tres personas en la proporción 3:4:5. ¿Cuánto recibe cada persona?

77. Un frutero vende manzanas a $2/kg y peras a $3/kg. Si vendió 10 kg de fruta en total y recaudó $24, ¿cuántos kg de cada fruta vendió?
78. La suma de tres números pares consecutivos es 90. ¿Cuáles son los números?
79. Si el triple de un número menos 8 es igual a 19, ¿cuál es el número?
80. Un jardín rectangular tiene un área de 108 m^2. Si el largo es el triple del ancho, ¿cuáles son las dimensiones del jardín?
81. Un tanque se llena con dos tuberías. Una lo llena en 8 horas y la otra en 12 horas. Si ambas se abren al mismo tiempo, ¿en cuánto tiempo se llenará el tanque?
82. Un alumno hizo un trabajo en tres partes. En la primera, hizo 1/4 del trabajo; en la segunda, 1/3 del trabajo; y en la tercera, las 10 páginas restantes. ¿Cuántas páginas tenía el trabajo en total?
83. En una fiesta hay sillas de 3 patas y de 4 patas. Si hay 20 sillas en total y se cuentan 72 patas, ¿cuántas sillas de cada tipo hay?
84. Un número de dos cifras es tal que la cifra de las unidades es el doble de la cifra de las decenas. Si el número original se suma a 27, el resultado es el número con las cifras invertidas. ¿Cuál es el número original?
85. Un examen tiene preguntas de 2 puntos y de 4 puntos. Si un estudiante respondió 15 preguntas y obtuvo 46 puntos, ¿cuántas preguntas de cada tipo respondió?
86. La suma de dos números es 60 y su diferencia es 10. ¿Cuáles son los números?
87. Si el área de un terreno rectangular es 300 m^2 y el ancho mide 5 metros menos que el largo, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?
88. Un ebanista tiene un tablón de madera de 3 metros. Necesita cortar piezas de 40 cm y de 60 cm. Si quiere usar todo el tablón, ¿cuántas piezas de cada tipo puede cortar? (Mencionar posibles soluciones)
89. Un grifo llena un estanque en 10 horas. Si otro grifo lo vacía en 15 horas, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse el estanque si ambos grifos están abiertos?
90. Un número de dos cifras es tal que la cifra de las decenas es 3 veces la cifra de las unidades. Si al número se le resta 45, el resultado es el número con las cifras invertidas. ¿Cuál es el número?
91. En un aparcamiento hay coches y motos. Si hay 25 vehículos y 70 ruedas en total, ¿cuántos coches y cuántas motos hay?
92. Se tienen $70 en billetes de $5 y $20. Si hay 10 billetes en total, ¿cuántos billetes de cada denominación hay?
93. La suma de tres números consecutivos es 156. ¿Cuáles son los números?
94. Si la edad de un hijo es la cuarta parte de la de su padre, y la diferencia de sus edades es 36 años, ¿qué edad tiene cada uno?
95. Un artículo se vendió en $250, ganando el 25% de su costo. ¿Cuál fue el costo del artículo?
96. La suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°. Si un ángulo es el doble del segundo, el tercero es 10° más que el segundo y el cuarto es 50°, ¿cuáles son las medidas de los otros ángulos?

97. Un depósito tiene agua hasta 1/3 de su capacidad. Si se añaden 80 litros, se llena hasta 2/3 de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del depósito?
98. Un número menos su tercera parte es igual a 12. ¿Cuál es el número?
99. En un congreso, el 40% de los asistentes son hombres. Si hay 150 mujeres, ¿cuántos hombres hay?
100. La suma de las edades de un tío y su sobrino es 70 años. Si el tío tiene 5 años menos que el doble de la edad del sobrino, ¿qué edad tiene cada uno?

Pregunta 5

(Geometría del Espacio)

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, resuelve lo que se pide, mostrando todos los cálculos y razonamientos necesarios. Las figuras son representaciones esquemáticas.

I. Prismas y Cubos

1. Un cubo tiene una arista de 5 cm. Calcula su volumen, su área total y la longitud de la diagonal del cubo.
2. Un prisma rectangular tiene dimensiones de 3 cm de ancho, 4 cm de largo y 6 cm de alto. Calcula su volumen y su área total.
3. La diagonal de un cubo mide $6\sqrt{3}$ cm. Calcula el volumen del cubo y el área de una de sus caras.
4. Un prisma triangular regular tiene una base con un lado de 6 cm y una altura de 10 cm. Calcula su volumen y su área lateral.
5. Un cubo tiene un volumen de 125 cm^3. Calcula la longitud de su arista y el área total.
6. Un acuario con forma de prisma rectangular mide 50 cm de largo, 30 cm de ancho y 40 cm de alto. ¿Cuántos litros de agua puede contener?
7. El área total de un cubo es 294 cm^2. Calcula la longitud de su arista y su volumen.
8. Un prisma hexagonal regular tiene un lado de la base de 4 cm y una altura de 8 cm. Calcula su volumen.
9. Si un prisma rectangular tiene un volumen de 160 cm^3, una base de 8 cm por 5 cm, calcula su altura y su área total.
10. La arista de un cubo se duplica. ¿En qué factor aumenta su volumen y su área total?
11. Un prisma cuya base es un rombo con diagonales de 6 cm y 8 cm, tiene una altura de 10 cm. Calcula su volumen.
12. La diagonal de una cara de un cubo mide $4\sqrt{2}$ cm. Calcula el volumen del cubo.
13. Un tanque de agua con forma de prisma rectangular tiene una base de 2m x 1.5m. Si su altura es de 1.8m, ¿cuántos litros de agua puede almacenar?
14. Un prisma rectangular tiene un área total de 148 cm^2. Si su largo es 6 cm y su ancho es 4 cm, calcula su altura y su volumen.
15. La base de un prisma es un triángulo rectángulo con catetos de 3 cm y 4 cm. Si la altura del prisma es 7 cm, calcula su volumen.
16. ¿Cuántos cubos de 2 cm de arista caben en un cubo de 10 cm de arista?
17. Un prisma de base cuadrada tiene un lado de la base de 5 cm y una altura de 12 cm. Calcula la longitud de la diagonal de una de sus caras laterales.
18. Si el área lateral de un cubo es 100 cm^2, calcula su volumen.
19. Un bloque de madera con forma de prisma rectangular mide 20 cm de largo, 15 cm de ancho y 10 cm de alto. Si se le corta un cubo de 5 cm de arista, ¿cuál es el volumen de madera restante?
20. Un prisma de base hexagonal regular tiene un volumen de $144\sqrt{3}$ cm^3. Si el lado de la base es 6 cm, calcula su altura.

21. Un prisma rectangular tiene aristas que miden 4 cm, 6 cm y 8 cm. Calcula la longitud de la diagonal del prisma.
22. La altura de un prisma triangular regular es 10 cm. Si el área de su base es $9\sqrt{3}$ cm^2, calcula su volumen.
23. Si un cubo tiene un volumen de 729 cm^3, calcula el área de una de sus caras.
24. Un prisma cuadrangular regular tiene una altura de 15 cm y un volumen de 600 cm^3. Calcula el lado de la base.
25. La base de un prisma es un trapecio con bases de 8 cm y 4 cm, y altura de 3 cm. Si la altura del prisma es 10 cm, calcula su volumen.

II. Pirámides y Conos

1. Una pirámide recta de base cuadrada tiene un lado de la base de 6 cm y una altura de 8 cm. Calcula su volumen y la longitud de su apotema lateral.
2. Un cono tiene un radio de base de 3 cm y una altura de 4 cm. Calcula su volumen y su área lateral.
3. La apotema lateral de una pirámide de base cuadrada es 13 cm y el lado de la base es 10 cm. Calcula la altura de la pirámide y su área lateral.
4. Un cono tiene un radio de base de 5 cm y una generatriz de 13 cm. Calcula su altura, su volumen y su área total.
5. El volumen de una pirámide cuadrada es 192 cm^3. Si la altura es 9 cm, calcula el lado de la base.
6. Un embudo tiene forma de cono invertido con un diámetro de 12 cm y una altura de 10 cm. ¿Cuál es su capacidad en ml?
7. La altura de un cono es 12 cm y su generatriz es 15 cm. Calcula el radio de la base y su volumen.
8. El área lateral de un cono es 60π cm^2. Si el radio de la base es 6 cm, calcula la generatriz y la altura.
9. Una pirámide triangular regular tiene un lado de la base de 8 cm y una altura de 12 cm. Calcula su volumen.
10. Si el volumen de un cono es 27π cm^3 y su altura es 9 cm, calcula el radio de la base.
11. Una pirámide tiene una base rectangular de 6 cm por 8 cm y una altura de 10 cm. Calcula su volumen.
12. La apotema lateral de una pirámide de base cuadrada es 17 cm y su altura es 15 cm. Calcula el lado de la base y el área total de la pirámide.
13. Un cono tiene un radio de base de 4 cm. Si su volumen es 48π cm^3, calcula su altura.
14. El área total de un cono es 96π cm^2. Si el radio de la base es 6 cm, calcula la generatriz y el volumen.
15. Un tronco de cono tiene radios de 6 cm y 3 cm, y una altura de 4 cm. Calcula su volumen.
16. Una pirámide de base cuadrada tiene una altura de 9 cm y un lado de la base de 12 cm. Calcula la longitud de la arista lateral.

17. Un cono se forma a partir de un sector circular con radio de 10 cm y un ángulo de 216°. Calcula el radio de la base del cono y su volumen.
18. Una pirámide triangular regular tiene una apotema de la base de $2\sqrt{3}$ cm y una apotema lateral de 8 cm. Calcula la altura de la pirámide.
19. Si el área lateral de una pirámide de base cuadrada es 260 cm^2 y el lado de la base es 10 cm, calcula la apotema lateral.
20. Un cono tiene un volumen de 100π cm^3. Si el radio es la mitad de la altura, calcula el radio y la altura del cono.
21. Una pirámide recta de base cuadrada tiene un volumen de 400 cm^3 y un lado de la base de 10 cm. Calcula su altura.
22. Un cono tiene una altura de 8 cm y un diámetro de 12 cm. Calcula su volumen.
23. El área lateral de un cono es 80 cm^2 y su generatriz es 10 cm. Calcula el radio de la base.
24. Una pirámide hexagonal regular tiene un lado de la base de 5 cm y una altura de 12 cm. Calcula su volumen.
25. Si el volumen de un cono es 12π cm^3 y su generatriz es 5 cm, calcula el radio de la base.

III. Cilindros y Esferas

1. Un cilindro tiene un radio de 4 cm y una altura de 10 cm. Calcula su volumen, su área lateral y su área total.
2. Una esfera tiene un radio de 6 cm. Calcula su volumen y su área superficial.
3. El volumen de un cilindro es 250π cm^3. Si su radio es 5 cm, calcula su altura y su área lateral.
4. El área superficial de una esfera es 144π cm^2. Calcula su radio y su volumen.
5. Un tanque cilíndrico tiene un diámetro de 1.2 metros y una altura de 2.5 metros. ¿Cuántos litros de agua puede contener?
6. La altura de un cilindro es el doble de su radio. Si su volumen es 256π cm^3, calcula el radio y la altura.
7. Un balón de fútbol tiene un diámetro de 22 cm. Calcula su volumen.
8. El área lateral de un cilindro es 120π cm^2. Si su altura es 10 cm, calcula el radio de la base y su volumen.
9. Un cilindro está inscrito en una esfera de radio 10 cm. Si la altura del cilindro es 16 cm, calcula el radio de la base del cilindro y su volumen.
10. El volumen de una esfera es $\frac{500}{3}\pi$ cm^3. Calcula su radio y su área superficial.
11. Una lata de refresco cilíndrica tiene un diámetro de 6.5 cm y una altura de 12 cm. Calcula el volumen de refresco que contiene.
12. El área total de un cilindro es 200π cm^2. Si el radio es 5 cm, calcula la altura y el volumen.
13. Si el radio de una esfera se triplica, ¿en qué factor aumenta su volumen y su área superficial?
14. Un cilindro y un cono tienen el mismo radio de base de 6 cm. Si sus alturas son iguales y el volumen del cono es 72π cm^3, calcula la altura del cilindro y su volumen.

15. Un pozo cilíndrico tiene un diámetro de 1.5 metros y una profundidad de 8 metros. ¿Qué volumen de tierra se extrajo para construir el pozo?
16. El volumen de un cilindro es 90π cm^3. Si la altura es 10 cm, calcula el radio de la base.
17. Si el área superficial de una esfera es 324π cm^2, calcula su volumen.
18. Un cilindro tiene un radio de 3 cm y su área total es 60π cm^2. Calcula su altura y su volumen.
19. Una esfera está inscrita en un cubo de 8 cm de arista. Calcula el volumen de la esfera y el volumen del espacio entre el cubo y la esfera.
20. El volumen de un cilindro es 128π cm^3 y su altura es 8 cm. Calcula el área total del cilindro.
21. Una esfera tiene un volumen de 288π cm^3. Calcula su radio.
22. Un cilindro tiene una generatriz de 15 cm y el radio de su base es 4 cm. Calcula su área lateral.
23. Si el área lateral de un cilindro es 80π cm^2 y su radio es 5 cm, calcula su volumen.
24. Un recipiente con forma de cilindro contiene agua hasta una altura de 10 cm. Si el radio del recipiente es 8 cm, ¿qué volumen de agua hay?
25. El volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\pi R^3$. Si R=3, calcula el volumen.

IV. Problemas Combinados y de Aplicación

1. Se funde un cubo de hierro de 10 cm de arista para hacer una esfera. ¿Cuál es el radio de la esfera resultante? (Considera que no hay pérdida de material).
2. Un tanque tiene forma de cilindro con un diámetro de 4 metros y una altura de 5 metros. Si se llena hasta el 80% de su capacidad, ¿cuántos litros de agua contiene?
3. Una pirámide de base cuadrada está inscrita en un cubo de 6 cm de arista, de tal manera que la base de la pirámide coincide con una cara del cubo y su vértice con la cara opuesta. Calcula el volumen de la pirámide.
4. Un helado en cono tiene un diámetro de 6 cm y una altura de 10 cm. Si el helado forma una semiesfera perfecta sobre el cono, ¿cuál es el volumen total de helado?
5. Una piscina tiene forma de prisma rectangular de 10m de largo, 5m de ancho y 2m de profundidad. ¿Cuántos metros cuadrados de lona se necesitan para cubrir el fondo y las paredes laterales?
6. Un silo para granos tiene forma de cilindro con un cono en la parte superior. El cilindro tiene un radio de 3 metros y una altura de 10 metros. El cono tiene el mismo radio y una altura de 4 metros. Calcula el volumen total del silo.
7. Una tubería cilíndrica tiene un diámetro exterior de 10 cm y un diámetro interior de 8 cm. Si la tubería mide 2 metros de largo, ¿cuál es el volumen de material necesario para fabricarla?
8. Un recipiente esférico de 20 cm de diámetro está lleno de agua. Si se vierte el agua en un cilindro de 20 cm de diámetro, ¿hasta qué altura subirá el agua en el cilindro?
9. Una carpa de circo tiene forma de cono. Si su base tiene un diámetro de 30 metros y su altura es de 20 metros, ¿cuántos metros cuadrados de lona se necesitan para la lona del techo?

10. Un joyero tiene 50 gramos de oro en forma de un cilindro de 1 cm de radio y 2 cm de altura. Si quiere fundirlo para hacer pequeñas esferas de 0.5 cm de radio, ¿cuántas esferas completas puede hacer?
11. Una maqueta de un edificio tiene forma de prisma rectangular con base de 20 cm x 15 cm y altura de 30 cm. Si se quiere pintar toda su superficie exterior, ¿cuántos cm^2 se deben pintar?
12. Se introduce una esfera de 4 cm de radio en un cilindro con un radio de 4 cm y una altura de 10 cm. ¿Qué volumen de agua puede contener el cilindro con la esfera dentro? (Asume que la esfera se sumerge completamente).
13. Una cisterna subterránea tiene forma de prisma rectangular de 4m x 3m x 2.5m. Si se llena hasta 3/4 de su capacidad, ¿cuántos litros de agua contiene?
14. Una pirámide de base cuadrada tiene un volumen de 48 cm^3. Si el lado de la base es 4 cm, calcula la altura de la pirámide.
15. Un cono de tráfico tiene un diámetro de base de 30 cm y una altura de 50 cm. Si se quiere pintar la superficie lateral, ¿cuántos cm^2 se pintarán?
16. Se construye un embalse con forma de tronco de pirámide con bases cuadradas de 100m y 60m de lado, y una altura de 20 m. Calcula la capacidad del embalse en metros cúbicos.
17. Una bola de boliche tiene un radio de 10.9 cm. Calcula su volumen y su área superficial.
18. Un envase de jugo tiene forma de prisma triangular recto. Si la base es un triángulo equilátero de 5 cm de lado y la altura del envase es 20 cm, ¿cuántos ml de jugo contiene?
19. Un cilindro está circunscrito a una esfera de radio 5 cm. Es decir, la esfera toca las bases y la superficie lateral del cilindro. Calcula el volumen del cilindro y el volumen de la esfera.
20. Una tienda de campaña tiene forma de pirámide con base hexagonal regular. Si el lado de la base es 1.5 metros y la altura es 2 metros, ¿cuál es el volumen de aire dentro de la tienda?
21. Un bloque de hielo cúbico tiene una arista de 20 cm. Si se derrite y el agua se recoge en un cilindro de 10 cm de radio, ¿hasta qué altura subirá el agua en el cilindro?
22. Una pirámide de base rectangular de 10 cm por 8 cm tiene una altura de 15 cm. Calcula el volumen.
23. Un depósito de agua tiene forma de semiesfera con un radio de 3 metros. ¿Cuál es su capacidad en litros?
24. Un tubo de ensayo tiene forma de cilindro con una semiesfera en la parte inferior. El cilindro tiene un radio de 1 cm y una altura de 10 cm. Calcula el volumen total del tubo de ensayo.
25. Un cono se corta por un plano paralelo a la base, formando un cono más pequeño y un tronco de cono. Si el cono original tiene un radio de 6 cm y una altura de 12 cm, y el cono pequeño tiene un radio de 3 cm, calcula el volumen del tronco de cono.

(Geometría del Espacio 2)

I. Prismas y Cubos (25 Ejercicios)

1. Un cubo tiene una arista de 8 cm. Calcula su volumen, su área total y la longitud de la diagonal de una de sus caras.
2. Un prisma rectangular tiene un largo de 7 cm, un ancho de 5 cm y una altura de 12 cm. Calcula su volumen y su área lateral.
3. La diagonal de una cara de un cubo mide $8\sqrt{2}$ cm. Calcula el volumen del cubo y el área total.
4. Un prisma triangular regular tiene un lado de la base de 8 cm y una altura de 15 cm. Calcula su volumen y su área total.
5. Un cubo tiene un volumen de 343 cm^3. Calcula la longitud de su arista y la longitud de la diagonal del cubo.
6. Un tanque de gasolina con forma de prisma rectangular mide 1.5 m de largo, 1 m de ancho y 0.8 m de alto. ¿Cuántos litros de gasolina puede almacenar?
7. El área total de un cubo es 600 cm^2. Calcula la longitud de su arista y la longitud de la diagonal del cubo.
8. Un prisma hexagonal regular tiene un lado de la base de 5 cm y una altura de 10 cm. Calcula su área lateral.
9. Si un prisma rectangular tiene un volumen de 240 cm^3, una altura de 10 cm y un ancho de 4 cm, calcula su largo y su área total.
10. La arista de un cubo se reduce a la mitad. ¿En qué factor disminuye su volumen y su área total?
11. Un prisma cuya base es un rombo con diagonales de 10 cm y 24 cm, tiene una altura de 5 cm. Calcula su volumen y su área lateral.
12. La diagonal de un cubo mide $9\sqrt{3}$ cm. Calcula su volumen.
13. Una piscina con forma de prisma rectangular mide 8 m de largo, 4 m de ancho y 1.5 m de profundidad. ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenarla?
14. Un prisma rectangular tiene un área total de 208 cm^2. Si su largo es 8 cm y su ancho es 4 cm, calcula su altura y su volumen.
15. La base de un prisma es un triángulo equilátero con un lado de 6 cm. Si la altura del prisma es 10 cm, calcula su volumen.
16. ¿Cuántos cubos de 5 cm de arista se necesitan para llenar un cubo de 20 cm de arista?
17. Un prisma de base cuadrada tiene un lado de la base de 6 cm y una altura de 8 cm. Calcula la longitud de la diagonal del prisma.
18. Si el área lateral de un cubo es 144 cm^2, calcula su volumen.
19. Un bloque de cemento con forma de prisma rectangular mide 30 cm de largo, 20 cm de ancho y 15 cm de alto. Si se le taladra un agujero cilíndrico de 5 cm de radio a lo largo de toda su altura, ¿cuál es el volumen de cemento restante?
20. Un prisma de base hexagonal regular tiene un volumen de $216\sqrt{3}$ cm^3. Si la altura es 8 cm, calcula el lado de la base.
21. Un prisma rectangular tiene aristas que miden 5 cm, 12 cm y 13 cm. Calcula el área total.

22. La altura de un prisma triangular regular es 12 cm. Si el lado de la base es 4 cm, calcula su volumen.
23. Si un cubo tiene un volumen de 1000 cm^3, calcula el área total.
24. Un prisma cuadrangular regular tiene un lado de la base de 8 cm y un volumen de 512 cm^3. Calcula su altura.
25. La base de un prisma es un trapecio isósceles con bases de 10 cm y 6 cm, y lados no paralelos de 5 cm. Si la altura del prisma es 12 cm, calcula su volumen.

II. Pirámides y Conos

1. Una pirámide recta de base cuadrada tiene un lado de la base de 10 cm y una altura de 12 cm. Calcula su volumen y la longitud de su arista lateral.
2. Un cono tiene un radio de base de 6 cm y una altura de 8 cm. Calcula su volumen y su generatriz.
3. La apotema lateral de una pirámide de base cuadrada es 15 cm y la altura es 12 cm. Calcula el lado de la base y el área lateral.
4. Un cono tiene un radio de base de 8 cm y una generatriz de 17 cm. Calcula su altura, su volumen y su área total.
5. El volumen de una pirámide cuadrada es 288 cm^3. Si el lado de la base es 8 cm, calcula su altura.
6. Un embudo tiene forma de cono invertido con un radio de 8 cm y una altura de 15 cm. ¿Cuál es su capacidad en ml?
7. La altura de un cono es 24 cm y su generatriz es 26 cm. Calcula el radio de la base y su volumen.
8. El área lateral de un cono es 100π cm^2. Si la generatriz es 10 cm, calcula el radio de la base y la altura.
9. Una pirámide triangular regular tiene un lado de la base de 10 cm y una altura de 18 cm. Calcula su volumen.
10. Si el volumen de un cono es 147π cm^3 y su radio es 7 cm, calcula su altura.
11. Una pirámide tiene una base rectangular de 9 cm por 12 cm y una altura de 20 cm. Calcula su volumen.
12. La apotema lateral de una pirámide de base cuadrada es 20 cm y su lado de la base es 24 cm. Calcula la altura de la pirámide y el área total.
13. Un cono tiene un radio de base de 5 cm. Si su volumen es 100π cm^3, calcula su altura.
14. El área total de un cono es 144π cm^2. Si la generatriz es 13 cm, calcula el radio de la base y el volumen.
15. Un tronco de cono tiene radios de 8 cm y 4 cm, y una altura de 3 cm. Calcula su volumen.
16. Una pirámide de base cuadrada tiene una altura de 16 cm y un lado de la base de 24 cm. Calcula la longitud de la apotema lateral.
17. Un cono se forma a partir de un sector circular con radio de 13 cm y un ángulo de 120°. Calcula el radio de la base del cono y su volumen.

18. Una pirámide triangular regular tiene una apotema de la base de $3\sqrt{3}$ cm y una apotema lateral de 7 cm. Calcula la altura de la pirámide.
19. Si el área lateral de una pirámide de base cuadrada es 360 cm^2 y la apotema lateral es 15 cm, calcula el lado de la base.
20. Un cono tiene un volumen de 288π cm^3. Si la altura es el doble del radio, calcula el radio y la altura del cono.
21. Una pirámide recta de base cuadrada tiene un volumen de 576 cm^3 y una altura de 12 cm. Calcula el lado de la base.
22. Un cono tiene una altura de 15 cm y un diámetro de 16 cm. Calcula su volumen.
23. El área lateral de un cono es 130 cm^2 y su radio de base es 5 cm. Calcula la generatriz.
24. Una pirámide hexagonal regular tiene un lado de la base de 6 cm y una altura de 10 cm. Calcula su volumen.
25. Si el volumen de un cono es 48π cm^3 y su altura es 4 cm, calcula el radio de la base.

III. Cilindros y Esferas

1. Un cilindro tiene un radio de 6 cm y una altura de 15 cm. Calcula su volumen, su área lateral y su área total.
2. Una esfera tiene un radio de 9 cm. Calcula su volumen y su área superficial.
3. El volumen de un cilindro es 300π cm^3. Si su altura es 12 cm, calcula su radio y su área total.
4. El área superficial de una esfera es 400π cm^2. Calcula su radio y su volumen.
5. Un barril cilíndrico tiene un diámetro de 0.8 metros y una altura de 1.5 metros. ¿Cuántos litros de agua puede contener?
6. El radio de un cilindro es el triple de su altura. Si su volumen es 75π cm^3, calcula el radio y la altura.
7. Una pelota de baloncesto tiene un diámetro de 24 cm. Calcula su volumen.
8. El área lateral de un cilindro es 180π cm^2. Si su radio es 9 cm, calcula su altura y su volumen.
9. Un cilindro está circunscrito a una esfera de radio 7 cm. Calcula el volumen del cilindro y su área total.
10. El volumen de una esfera es $\frac{256}{3}\pi$ cm^3. Calcula su radio y su área superficial.
11. Una lata de alimentos cilíndrica tiene un diámetro de 10 cm y una altura de 15 cm. Calcula el volumen de alimento que contiene.
12. El área total de un cilindro es 250π cm^2. Si su altura es 20 cm, calcula el radio de la base y el volumen.
13. Si el radio de una esfera se reduce a la mitad, ¿en qué factor disminuye su volumen y su área superficial?
14. Un cilindro y un cono tienen la misma altura de 10 cm. Si sus radios son iguales y el volumen del cilindro es 360π cm^3, calcula el radio de la base y el volumen del cono.

15. Un pozo cilíndrico tiene un radio de 0.8 metros y una profundidad de 10 metros. ¿Qué volumen de tierra se extrajo para construir el pozo?
16. El volumen de un cilindro es 150π cm^3. Si su radio es 5 cm, calcula su altura.
17. Si el área superficial de una esfera es 100π cm^2, calcula su volumen.
18. Un cilindro tiene una altura de 10 cm y su área total es 168π cm^2. Calcula su radio y su volumen.
19. Una esfera está inscrita en un cubo de 12 cm de arista. Calcula el volumen del espacio entre el cubo y la esfera.
20. El volumen de un cilindro es 192π cm^3 y su radio es 4 cm. Calcula su área total.
21. Una esfera tiene un volumen de 972π cm^3. Calcula su radio.
22. Un cilindro tiene una generatriz de 20 cm y el radio de su base es 6 cm. Calcula su área total.
23. Si el área lateral de un cilindro es 100π cm^2 y su altura es 10 cm, calcula su volumen.
24. Un recipiente con forma de cilindro contiene agua hasta una altura de 15 cm. Si el radio del recipiente es 10 cm, ¿qué volumen de agua hay?
25. El volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\pi R^3$. Si R=5, calcula el volumen.

IV. Problemas Combinados y de Aplicación

1. Se funde una esfera de plomo de 6 cm de radio para hacer un cilindro con un radio de 4 cm. ¿Cuál es la altura del cilindro resultante? (Considera que no hay pérdida de material).
2. Un tanque tiene forma de cilindro con un radio de 3 metros y una altura de 8 metros. Si se llena hasta el 75% de su capacidad, ¿cuántos litros de agua contiene?
3. Una pirámide de base cuadrada está circunscrita a un cilindro con base de radio 4 cm y altura de 10 cm, de tal manera que la base del cilindro es la base de la pirámide. Calcula el volumen de la pirámide si su altura es la misma que la del cilindro.
4. Un recipiente de helado tiene forma de cono truncado (tronco de cono) con una semiesfera perfecta sobre la base superior. El tronco de cono tiene radios de 6 cm y 4 cm, y una altura de 8 cm. La semiesfera tiene el radio de la base superior del cono. Calcula el volumen total del recipiente.
5. Una caja de cartón tiene forma de prisma rectangular con dimensiones de 25 cm de largo, 20 cm de ancho y 10 cm de alto. ¿Cuántos cm^2 de cartón se necesitan para fabricar la caja (considerando tapas)?
6. Un cohete tiene forma de cilindro con un cono en la parte superior. El cilindro tiene un diámetro de 6 metros y una altura de 15 metros. El cono tiene el mismo diámetro y una altura de 5 metros. Calcula el volumen total del cohete.
7. Una tubería cilíndrica tiene un diámetro exterior de 12 cm y un espesor de 1 cm. Si la tubería mide 3 metros de largo, ¿cuál es el volumen de material necesario para fabricarla?
8. Un recipiente cilíndrico de 16 cm de diámetro está lleno de agua hasta la mitad. Si se introduce una esfera de 8 cm de radio, ¿el agua se desbordará? Justifica y calcula la altura del agua final si no se desborda.

9. Una carpa de camping tiene forma de prisma triangular con una base de 2.5 metros de lado (triángulo equilátero) y una altura de 1.8 metros. La longitud de la carpa es de 3 metros. Calcula el volumen de aire dentro de la carpa.
10. Un artesano tiene 1 kg de arcilla. Si la densidad de la arcilla es 2 g/cm^3 y quiere hacer pequeñas esferas de 2 cm de diámetro, ¿cuántas esferas completas puede hacer?
11. Una maqueta de una torre tiene forma de cilindro con un tejado cónico. El cilindro tiene un radio de 5 cm y una altura de 40 cm. El cono tiene el mismo radio y una altura de 12 cm. Calcula el volumen total de la torre.
12. Se introduce un cubo de 6 cm de arista en un cilindro con un radio de 6 cm y una altura de 15 cm. ¿Qué volumen de agua puede contener el cilindro con el cubo dentro? (Asume que el cubo se sumerge completamente).
13. Una cisterna subterránea tiene forma de prisma rectangular de 5m x 3m x 2m. Si se llena con una bomba que vierte 100 litros por minuto, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse la cisterna?
14. Una pirámide de base cuadrada tiene un volumen de 128 cm^3. Si la altura es 6 cm, calcula el lado de la base.
15. Un cono de helado tiene un diámetro de 5 cm y una altura de 12 cm. Si se llena completamente con helado y luego se le añade una semiesfera de helado en la parte superior del mismo diámetro, ¿cuál es el volumen total de helado?
16. Se construye un estanque con forma de tronco de cono con radios de 10 m y 5 m, y una profundidad de 4 m. Calcula la capacidad del estanque en metros cúbicos.
17. Una bola de billar tiene un radio de 2.85 cm. Calcula su volumen y su área superficial.
18. Un envase de jugo tiene forma de prisma hexagonal regular. Si el lado de la base es 3 cm y la altura del envase es 18 cm, ¿cuántos ml de jugo contiene?
19. Una esfera está circunscrita a un cilindro con un radio de 6 cm y una altura de 16 cm. Calcula el radio de la esfera.
20. Una tienda de campaña tiene forma de pirámide con base cuadrada. Si el lado de la base es 2 metros y la altura es 2.5 metros, ¿cuántos metros cuadrados de lona se necesitan para el techo?
21. Un bloque de oro cilíndrico tiene un radio de 2 cm y una altura de 5 cm. Si se funde para hacer una esfera, ¿cuál es el radio de la esfera resultante?
22. Una pirámide de base rectangular de 12 cm por 9 cm tiene una altura de 20 cm. Calcula el área lateral.
23. Un depósito de agua tiene forma de media esfera con un radio de 4 metros. ¿Cuál es su capacidad en litros?
24. Un recipiente tiene forma de cilindro con un cono invertido en la parte inferior. El cilindro tiene un radio de 2 cm y una altura de 8 cm. El cono tiene el mismo radio y una altura de 3 cm. Calcula el volumen total del recipiente.
25. Un cono se corta por un plano paralelo a la base a la mitad de su altura. Si el cono original tiene un radio de 10 cm y una altura de 20 cm, calcula el volumen del cono más pequeño y el volumen del tronco de cono.
26.

Preguntas de Alto Nivel

Pregunta No. 1

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, analiza las proposiciones, determina propiedades de funciones o resuelve los problemas planteados con justificaciones detalladas.

1. Análisis de Proposiciones y Conjuntos Numéricos:

Considere las siguientes proposiciones:

a) El producto de dos números irracionales es siempre un número irracional.

b) La suma de un número racional y un número irracional es siempre un número irracional.

c) El conjunto de los números enteros es denso en el conjunto de los números reales.

d) Existe un número real x tal que $x^2 = -5$.

e) Entre dos números racionales distintos siempre existe al menos un número irracional.

Clasifica cada proposición en verdadera (V) o falsa (F) y justifica exhaustivamente tu respuesta, proporcionando contraejemplos cuando sea necesario.

2. Análisis Exhaustivo de Función Cuadrática:

Dada la función $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$:

a) Determina su dominio y su recorrido.

b) Encuentra los intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento).

c) Determina las coordenadas del vértice.

d) Calcula los puntos de intersección con los ejes coordenados.

e) Analiza si la función es par, impar o ninguna de las dos. Justifica.

3. Funciones Inyectivas, Sobreyectivas y Biyectivas:

Dada la función $g(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

a) Determina su dominio.

b) Demuestra analíticamente si la función es inyectiva.

c) Determina si la función es sobreyectiva en su recorrido natural.

d) En caso de ser biyectiva, encuentra su función inversa $g^{-1}(x)$.

e) ¿Cómo cambiarías el codominio para asegurar la sobreyectividad si inicialmente no lo era?

4. Inecuaciones Complejas con Valor Absoluto y Racionales:

Resuelve la siguiente inecuación y expresa la solución en notación de intervalo: $\left| \frac{2x+3}{x-1} \right| \geq 3$

5. Análisis de Dominio y Rango para Funciones Compuestas/Especiales:

Determina el dominio y el rango de la función $h(x) = \sqrt{\log_2(x^2 - 4x + 3)}$.

6. Funciones Trigonométricas y sus Propiedades:

Dada la función $f(x) = \sin(2x) - \frac{\pi}{3}$:

a) Determina su período, amplitud y desfase.

b) Encuentra los valores de x en el intervalo $[0, 2\pi]$ para los cuales $f(x) = 1/2$.

c) Analiza si la función es par, impar o ninguna de las dos. Justifica.
d) Esboza la gráfica de la función en el intervalo [0, 2π], indicando puntos clave.

7. Propiedades de Raíces de Ecuaciones Polinómicas:

Dada la ecuación $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$:
a) Demuestra que x=1 es una raíz de la ecuación.
b) Encuentra todas las raíces de la ecuación (reales y/o complejas).
c) Sin resolver la ecuación, ¿cómo podrías determinar la suma y el producto de sus raíces?
d) Comprueba tus resultados con las raíces encontradas.

8. Transformaciones de Funciones:

Dada la función f(x) = |x|. Describe y grafica las transformaciones aplicadas a f(x) para obtener g(x) = -2|x-3| + 4. Identifica cada paso de la transformación.

9. Funciones Exponenciales y Logarítmicas:

Relación e Inversas: Dada la función $f(x) = 3^{x-1} - 2$:
a) Determina su dominio y recorrido.
b) Calcula los puntos de intersección con los ejes coordenados.
c) Encuentra la función inversa $f^{-1}(x)$.
d) Determina el dominio y recorrido de $f^{-1}(x)$.
e) Esboza las gráficas de f(x) y $f^{-1}(x)$ en el mismo sistema de coordenadas.

10. Análisis de Discontinuidades en Funciones Racionales:

Dada la función $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-x-6}$:
a) Determina su dominio.
b) Clasifica los tipos de discontinuidades (removibles, asintóticas) y justifica.
c) Encuentra las ecuaciones de todas las asíntotas (verticales y horizontales).
d) Calcula los puntos de intersección con los ejes coordenados.

11. Propiedades de las Operaciones y Conjuntos Numéricos:

Investiga la validez de las siguientes afirmaciones sobre conjuntos numéricos y sus operaciones. Justifica cada respuesta con un ejemplo o contraejemplo:
a) El conjunto de los números naturales es cerrado bajo la resta.
b) El conjunto de los números racionales es cerrado bajo la división (excepto por cero).
c) El conjunto de los números enteros es un cuerpo (field) con las operaciones usuales de suma y multiplicación.
d) Todo número real tiene un inverso multiplicativo.

12. Resolución Avanzada de Inecuaciones con Raíces:

Resuelve la siguiente inecuación y expresa la solución en notación de intervalo: $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq x$-1

13. Análisis Gráfico de Funciones y sus Propiedades:

Considera la gráfica de una función f(x) que pasa por los puntos (-3,0), (0,2), (1,-1) y (4,0). Además, sabes que:

1) $lim_{x \to -\infty}$ f(x) = 1; $lim_{x \to \infty}$ f(x) = -∞

2) f(x) tiene un máximo relativo en x=-1 y un mínimo relativo en x=2.

a) Esboza una posible gráfica para f(x).

b) Estima el dominio y el recorrido de f(x) a partir de la gráfica y la información dada.

c) Determina los intervalos donde f(x) es creciente y decreciente.

d) Estima los intervalos donde f(x) > 0 y f(x) < 0. e) ¿Es posible que f(x) sea una función par o impar? Justifica.

14. Determinación de Parámetros en Ecuaciones con Condición:

Encuentra el valor o los valores de k para que la ecuación x^2 - (k+2)x + 4k - 2 = 0 tenga exactamente una raíz real.

15. Combinación de Propiedades de Funciones (Paridad, Monotonía):

Demuestra que si una función f(x) es par y creciente en el intervalo [0, ∞), entonces f(x) es decreciente en el intervalo (-∞, 0].

16. Análisis de Funciones con Módulos (Valor Absoluto):

Dada la función f(x) = |x-2| + |x+1|:

a) Define la función por tramos (sin valor absoluto).

b) Esboza la gráfica de la función.

c) Determina su dominio y recorrido.

d) Analiza su monotonía.

17. Logaritmos y Exponenciales en el Análisis de Funciones:

Dada la función f(x) = $In(x) + \frac{1}{In(x)}$:

a) Determina el dominio de la función.

b) Determina los valores de x para los cuales f(x) = 2.

c) Analiza si la función es par o impar. Justifica.

18. Problemas de Optimización Sencilla (preliminar a cálculo):

Para un rectángulo, la suma de su largo y su ancho es 10 cm.

a) Expresa el área del rectángulo como una función de su largo.

b) Determina el dominio de esta función.

c) Encuentra las dimensiones del rectángulo que maximizan su área. ¿Cuál es el área máxima? (Puedes usar el vértice de la parábola resultante).

Pregunta No. 2

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, resuelve el problema mostrando todos los cálculos, justificaciones y razonamientos geométricos necesarios. Dibuja diagramas claros si es útil.

1. Triángulos y Proporciones Complejas:

En un triángulo ABC, se traza una ceviana AD al lado BC tal que D está entre B y C. Se sabe que AB = 10 cm, AC = 12 cm y BC = 14 cm. Si AD divide el ángulo BAC en dos ángulos, ∠BAD = α y ∠ CAD = β, y $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{2}{3}$, calcula la longitud de BD y DC.

2. Círculos, Tangentes y Áreas Combinadas:

Un triángulo equilátero ABC está inscrito en una circunferencia de radio R. Se traza una tangente a la circunferencia en el punto A, y desde B se traza una perpendicular a esta tangente, que la intersecta en el punto D. Calcula el área del cuadrilátero ABCD en términos de R.

3. Cuadriláteros, Áreas y Mínimos/Máximos:

De todos los rectángulos con la misma área A, demuestra cuál tiene el perímetro mínimo. De todos los rectángulos con el mismo perímetro P, demuestra cuál tiene el área máxima.

4. Propiedades de la Bisectriz y el Incentro:

En un triángulo ABC, el incentro I (punto de intersección de las bisectrices) divide a la bisectriz AD en la razón $\frac{AL}{ID} = \frac{AB+AC}{BC}$. Demuéstralo.

5. Polígonos Regulares y Relaciones Complejas:

Considera un octógono regular ABCDEFGH inscrito en una circunferencia de radio R.

a) Calcula el área del octógono en términos de R.

b) Demuestra que la longitud de la diagonal AE es 2R.

c) Si M es el punto medio de AB, y N es el punto medio de EF, calcula la longitud del segmento MN.

6. Geometría Analítica y Geometría Plana (Desafío Analítico):

Los vértices de un triángulo son A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) y C(x_3, y_3). Demuestra que el área del triángulo puede ser calculada por la fórmula: Área = $\frac{1}{2}$ |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y3 - y1) + x3(y1 - y2)|. Luego, aplica esta fórmula para calcular el área del triángulo cuyos vértices son A(1,5), B(-2,1) y C(4,-3).

7. Circunferencias Tangentes y Relaciones de Radio:

Se tienen tres circunferencias mutuamente tangentes externamente. Sus radios son r_1, r_2 y r_3. Demuestra que el área del triángulo formado por los centros de estas circunferencias es $\sqrt{\{r_1 r_2 r_3\ (r_1 + r_2 + r_3)\}}$.

8. Triángulos Semejantes y Aplicaciones en la Vida Real (Problema de Observación):

Una persona de 1.70 m de altura se encuentra a 5 m de la base de un poste de luz. Si su sombra proyectada mide 2 m, calcula la altura del poste de luz. Luego, si la persona se aleja del poste, ¿cómo cambia la longitud de su sombra? Demuestra la relación.

9. Propiedades del Ortocentro y sus Relaciones Angulares:

En un triángulo acutángulo ABC, sea H el ortocentro (intersección de las alturas). Demuestra que los ángulos $\angle BHC$, $\angle AHC$ y $\angle AHB$ son suplementarios a los ángulos correspondientes del triángulo A, B, C. Es decir, $\angle BHC = 180^\circ - \angle BAC$.

10. Teorema de Ptolomeo en Cuadriláteros Cíclicos:

Demuestra el Teorema de Ptolomeo, que establece que para cualquier cuadrilátero cíclico (inscrito en una circunferencia), el producto de las longitudes de sus diagonales es igual a la suma de los productos de las longitudes de los pares de lados opuestos. Es decir, $AC \times BD = AB \times CD + BC \times AD$.

11. Áreas de Regiones Sombreadas Complejas:

En un cuadrado de lado L, se inscriben cuatro semicírculos con diámetros en los lados del cuadrado y dirigidos hacia el interior. Calcula el área de la región central formada por la intersección de estos semicírculos.

12. Geometría Euclídea y Mínima Distancia:

Dados dos puntos A y B en un mismo lado de una línea recta l. Demuestra que el punto P en la línea l tal que la suma de las distancias AP + PB es mínima, es aquel donde el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión (es decir, si A' es la reflexión de A sobre l, entonces A', P, B son colineales).

13. Potencia de un Punto Respecto a una Circunferencia:

Desde un punto P exterior a una circunferencia, se trazan una secante PAB y una tangente PT, donde A y B son puntos en la circunferencia y T es el punto de tangencia. Demuestra que $PT^2 = PA \times PB$.

14. Construcciones Geométricas y Demostraciones (Regla y Compás):

Describe los pasos y demuestra la validez de la construcción con regla y compás de la bisectriz de un ángulo dado. Luego, describe los pasos y demuestra la validez de la construcción de la perpendicular a una línea dada que pasa por un punto exterior a ella.

15. Relaciones Métricas en Triángulos Rectángulos Avanzadas:

En un triángulo rectángulo ABC (recto en C), se traza la altura CD a la hipotenusa AB. Demuestra que $CD^2 = AD \times DB$. Además, demuestra que $AC^2 = AD \times AB$ y $BC^2 = BD \times AB$.

16. Problemas de Optimización con Geometría (Nivel Superior):

Se desea construir un jardín circular dentro de un terreno triangular. Si el terreno es un triángulo rectángulo con catetos de 6 m y 8 m, ¿cuál es el radio del círculo más grande que se puede inscribir en este triángulo (incentro)? ¿Cuál es el área máxima de ese jardín?

17. Teoremas de Pitágoras y Desigualdades en Triángulos:

Demuestra que en cualquier triángulo, la suma de las longitudes de dos lados es siempre mayor que la longitud del tercer lado (a+b > c). Luego, usando este principio, demuestra que la suma de las diagonales de un cuadrilátero convexo es mayor que el semiperímetro, pero menor que el perímetro.

18. Transformaciones Geométricas y sus Propiedades:

Describe y demuestra las propiedades de la composición de dos rotaciones sucesivas alrededor de dos puntos distintos en el plano. ¿Qué tipo de transformación resultante se obtiene? ¿Y si los puntos son los mismos?

19. Polígonos Estrellados y Relaciones Angulares:

Considera un pentágono regular ABCDE. Al trazar las diagonales se forma un pentágono estrellado (pentagrama) y en el centro un pentágono regular más pequeño.

a) Calcula todos los ángulos internos y externos del pentágono regular original.

b) Calcula los ángulos de las puntas del pentagrama.

c) Demuestra que el pentágono central formado por la intersección de las diagonales es también regular.

d) Si el lado del pentágono original es s, expresa el lado del pentágono central en términos de s.

Pregunta No. 3

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, resuelve el problema mostrando todos los cálculos y razonamientos detallados.

1. Ecuación Trigonométrica Compleja:

Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica para x ∈ [0, 2π]: $\sin(3x)\cos(x) - \cos(3x)\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}\tan(2x)$.

2. Identidad Trigonométrica Demostración:

Demuestra la siguiente identidad trigonométrica para todos los valores donde las expresiones están definidas: $\frac{\sin(x)+\sin(3)+\sin(5x)}{\cos(x)+\cos(3x)+\cos 5x} = \tan 3x$

3. Optimización Trigonométrica:

Encuentra los valores máximo y mínimo de la función f $f(x) = 3sin^2(x) + 4cos^2 - \sin(2x)$.

4. Ecuación Trigonométrica con Términos Mixtos:

Resuelve la ecuación para x ∈ [0, 2π]: $2sin^2(x) + 3\cos(x) - 3 = 0$.

5. Desigualdad Trigonométrica:

Resuelve la siguiente desigualdad para x ∈ [0, 2π]: $\frac{2\cos(x)+1}{\sin(x)-1} \leq 0$

6. Trigonometría en Triángulos No Rectángulos (Ley de Senos y Cosenos Combinada):

En un triángulo ABC, se sabe que a=5, b=7, y el ángulo C=60°. Calcula el lado c. Luego, encuentra la medida de los ángulos A y B. Finalmente, calcula el área del triángulo.

7. Serie Trigonométrica Finito:

Calcula la suma de la siguiente serie: S = cos(θ) + cos(2θ) + cos(3θ) + cos(θ) + cos(nθ) (Sugerencia: Usa números complejos o propiedades de series telescópicas si lo conoces, o la identidad de producto a suma de forma ingeniosa).

8. Trigonometría y Polinomios:

Demuestra que cos(3x) = 4cos^3(x) - 3cos(x) y sin(3x) = 3sin(x) - 4sin^3(x). Utiliza estas identidades para resolver la ecuación 4x^3 - 3x = $\frac{1}{2}$.

9. Geometría Analítica de Cónicas

Elipse con Foco y Tangencia: Encuentra la ecuación de la elipse con centro en el origen, un foco en (4,0), y que es tangente a la recta x + 2y - 10 = 0.

10. Parábola con Vértice y Punto Dado:

Encuentra la ecuación de la parábola con vértice en (-2,1) y que pasa por el punto (1, -5), sabiendo que su eje es paralelo al eje y. Determina su foco y su directriz.

11. Hipérbola y Asíntotas:

Determina la ecuación de la hipérbola con focos en (0, $\pm$5) y asíntotas y = $\pm\frac{3}{4}$x.

12. Rotación de Ejes en Cónicas:

Identifica la cónica representada por la ecuación 5x^2 - 6xy + 5y^2 - $12\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}y + 16$= 0. Rotando los ejes, expresa la ecuación en su forma canónica.

13. Tangentes a una Cónica desde un Punto Exterior:

Encuentra las ecuaciones de las tangentes a la parábola y^2 = 8x que pasan por el punto P(-2, 0).

14. Intersección de Cónicas y Propiedades:

Dadas la elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ y la hipérbola $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

a) Encuentra los puntos de intersección de ambas cónicas.

b) Demuestra que las tangentes a la elipse y a la hipérbola en sus puntos de intersección son perpendiculares.

15. Familia de Rectas y Tangencia a un Círculo:

Encuentra los valores de k para los cuales la recta y = mx + k es tangente al círculo $x^2 + y^2 = r^2$. Aplica esto para encontrar la ecuación de la recta tangente al círculo $x^2 + y^2 = 25$ en el punto (3,4).

16. Lugar Geométrico Complejo:

Un punto se mueve de manera que su distancia al punto A(3,0) es el doble de su distancia a la recta x = -3. Identifica y encuentra la ecuación del lugar geométrico.

17. Propiedades de Focos y Directrices en Elipses:

Sea una elipse con focos $F_1(-c,0)$ y $F_2(c,0)$ y semiejes a y b. Demuestra que para cualquier punto P(x,y) en la elipse, la suma de las distancias a los focos es constante e igual a 2a (es decir, $PF_1 + PF_2 = 2a$). Luego, utiliza la definición de excentricidad para una elipse (e = c/a) para demostrar que la distancia de un punto de la elipse a un foco es e veces su distancia a la directriz correspondiente.

18. Problema Combinado de Cónicas y Geometría:

Considera un cuadrado ABCD cuyos vértices son A(0,0), B(L,0), C(L,L) y D(0,L). Se traza una parábola con vértice en el centro del cuadrado y cuyo foco es el punto A.

a) Encuentra la ecuación de esta parábola.

b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la parábola en el punto de intersección con el lado BC (si existe tal intersección y está dentro del lado).

c) ¿Qué condiciones debe cumplir L para que la parábola intercepte el lado BC?

Pregunta No. 4

Instrucciones Generales: Para cada problema, lee cuidadosamente el enunciado y resuelve lo que se pide, mostrando todos los cálculos y razonamientos detallados.

1. Problema de Trabajo y Eficiencia Variable:

Tres obreros, A, B y C, deben realizar una obra. El obrero A, trabajando solo, tarda el doble de tiempo que B y C trabajando juntos. El obrero B, trabajando solo, tarda el triple de tiempo que A y C trabajando juntos. Si C, trabajando solo, tarda 18 días en completar la obra, ¿cuántos días tardarán los tres obreros si trabajan juntos?

2. Mezclas y Concentraciones con Evaporación y Adición:

Se tiene una solución de alcohol al 40% en un recipiente. Si se evaporan 10 litros de la solución, la concentración de alcohol aumenta al 50%. Posteriormente, si se añaden X litros de alcohol puro a la solución restante, la concentración final alcanza el 75%. Calcula el volumen inicial de la solución y el valor de X.

3. Problema de Edades con Relaciones Cuadráticas:

La edad de Ana es tal que si se le suma la edad de su hermano Juan, obtienen 20 años. Dentro de Y años, el producto de sus edades será 120. Si actualmente la edad de Ana es el cuadrado de la edad de Juan menos 4 años, ¿qué edades tienen actualmente Ana y Juan, y cuál es el valor de Y?

4. Movimiento Relativo con Cambio de Velocidad y Paradas:

Dos trenes A y B parten simultáneamente de dos ciudades P y Q, separadas 600 km, y se dirigen uno hacia el otro. El tren A viaja a 80 km/h y el tren B a 70 km/h. Sin embargo, el tren A hace una parada de 30 minutos a la mitad del camino (a 300 km de P), y el tren B reduce su velocidad a la mitad después de recorrer 200 km.

a) ¿Después de cuánto tiempo se encuentran?

b) ¿A qué distancia de la ciudad P se encuentran?

5. Porcentajes, Beneficios y Precios Múltiples:

Un comerciante compra un lote de artículos por P dólares. Vende el 40% de los artículos con una ganancia del 25% sobre el precio de costo de esos artículos. Luego vende el 30% del resto con una pérdida del 10% sobre el precio de costo de ese subconjunto. Si el comerciante desea obtener una ganancia total del 15% sobre el precio original del lote, ¿con qué porcentaje de ganancia (sobre el costo de los restantes) debe vender los artículos restantes?

6. Problema de Digitación con Eficiencia Decreciente:

Un grupo de 10 digitadores debe ingresar una base de datos en 20 días. Después de 5 días, 2 digitadores se enferman y la eficiencia de los restantes disminuye en un 10%. Para compensar, se contratan N digitadores adicionales con un 20% más de eficiencia que los originales. Si la obra debe terminarse en el plazo inicial, ¿cuántos digitadores adicionales (N) se necesitan?

7. Finanzas y Progresiones Geométricas/Aritméticas:

Una persona deposita $1000 al inicio de cada año en una cuenta que paga un interés compuesto anual del 5%. Además, al final del quinto año, la persona realiza un retiro de X dólares, y luego, al final del séptimo año, realiza otro retiro de 2X dólares. Si al final del décimo año el saldo de la cuenta es cero, calcula el valor de X.

8. Problema de Capacidades y Llenado/Vaciado Múltiple:

Un tanque tiene tres grifos. El grifo A lo llena en 12 horas. El grifo B lo llena en 15 horas. El grifo C lo vacía en 20 horas. Si el tanque está inicialmente lleno hasta 1/4 de su capacidad y se abren los grifos A y C simultáneamente durante 3 horas. Luego, se cierra C y se abre B durante 2 horas. Finalmente, se cierra B y se abre C de nuevo. ¿Cuánto tiempo adicional tardará el tanque en llenarse o vaciarse completamente?

9. Relación entre Cantidades y Descuentos Sucesivos:

Un artículo tiene un precio de lista L. Se le aplica un descuento del a% y luego un descuento adicional del b% sobre el precio ya rebajado. Otro artículo tiene un precio de lista M. Se le aplica un descuento del b% y luego un descuento adicional del a% sobre el precio ya rebajado. Si se sabe que L > M y que el precio final de ambos artículos es el mismo, y que a+b = 50 y $a \neq b$, calcula los valores de a y b.

10. Problema de Edades con Raíces Cuadradas/Cúbicas:

La edad de un padre es un número que es el cuadrado de la edad de su hijo. Dentro de X años, la edad del padre será el cubo de la edad de su hijo. Si X es un entero positivo y la edad del hijo es mayor que 1, ¿cuáles son las edades actuales del padre y del hijo? (Encuentra las soluciones enteras posibles).

11. Movimiento Circular y Encuentros:

Dos ciclistas, A y B, parten del mismo punto en una pista circular de 1200 metros de longitud. A pedalea a una velocidad de 8 m/s y B a 10 m/s.

a) Si pedalean en la misma dirección, ¿después de cuánto tiempo se encuentran por primera vez en el punto de partida? ¿Y cuántas vueltas ha dado cada uno?

b) Si pedalean en direcciones opuestas, ¿después de cuánto tiempo se encuentran por primera vez? ¿Y en qué punto de la pista (medido desde el punto de partida en sentido horario)?

12. Problema de Porcentajes Anidados y Propiedades:

Un artículo se vende con un descuento del 20% y aun así el comerciante obtiene una ganancia del 10% sobre el precio de costo. Si el precio de costo es C, el precio de lista es L. Si en lugar del descuento del 20%, se hubiera aplicado un descuento del 15%, ¿qué porcentaje de ganancia se habría obtenido sobre el precio de costo?

13. Distribución y Optimización Discreta:

Una empresa debe distribuir N tabletas a sus empleados. Si cada empleado recibe 3 tabletas, sobran 2. Si cada empleado recibe 4 tabletas, faltan 10.

a) Determina el número de empleados y el número de tabletas.

b) Si la empresa decide dar un número entero de tabletas a cada empleado, de modo que a todos se les dé la misma cantidad y no sobre ninguna tableta, ¿cuál es la mayor cantidad de tabletas que se puede dar a cada empleado? ¿Cuántos empleados recibirían esa cantidad?

14. Sistema de Ecuaciones con Recíprocos y Producto:

La suma de tres números es 30. El segundo número es el doble del primero. El recíproco del tercer número es la mitad del recíproco del segundo número. Encuentra los tres números.

15. Problema de Dilución y Mezcla por Progresión:

Un tanque contiene 100 litros de agua pura. Se introduce una solución salina al 20% a razón de 5 litros/minuto, y simultáneamente se extrae la mezcla a la misma razón. ¿Cuál será la concentración de sal en el tanque después de 10 minutos? (Este problema implica un cambio continuo, pero se puede simplificar para un enfoque discreto si se asume mezcla instantánea o se busca una aproximación para examen).

16. Trabajo en Grupo con Eficiencia y Variación:

Un equipo de 5 ingenieros puede diseñar un proyecto en 30 días. Después de 10 días, 2 de los ingenieros son reasignados a otra tarea y sus reemplazos son 20% menos eficientes que los

ingenieros originales. ¿Cuántos días adicionales se necesitarán para completar el proyecto con el nuevo equipo?

17. Problema de Inversión y Ganancias/Pérdidas:

Un inversionista tiene $10,000. Decide invertir una parte en un fondo A que genera un 12% de ganancia anual, y el resto en un fondo B que genera un 8% de ganancia anual. Si al final del año su ganancia total fue del 10.5% sobre la inversión inicial, ¿cuánto dinero invirtió en cada fondo? Si el fondo A tuviera una pérdida del 5% y el fondo B una ganancia del 15%, ¿cómo debería distribuir el dinero para obtener una ganancia total de $500?

18. Relación entre Dimensiones y Áreas con Variaciones:

Un jardín rectangular tiene un perímetro de P metros. Si el largo se aumenta en 2 metros y el ancho se disminuye en 1 metro, el área del jardín aumenta en 5 metros cuadrados. Si el largo se disminuye en 1 metro y el ancho se aumenta en 2 metros, el área disminuye en 3 metros cuadrados. Calcula las dimensiones originales del jardín y su perímetro P.

19. Problema de Llenado con Fugas y Tiempos Diferenciales:

Un tanque tiene una fuga que lo vacía en 24 horas si está lleno. Un grifo lo llena en 16 horas si no hay fuga. Otro grifo adicional lo llena en X horas si no hay fuga. Si el tanque está inicialmente vacío y se abren los dos grifos al mismo tiempo, con la fuga activa, el tanque se llena en 8 horas. Calcula el valor de X.

20. Problema de Precios y Ganancias Múltiples con Cantidades:

Un comerciante compra manzanas a $0.80/kg y peras a $1.20/kg. Compra el doble de kg de manzanas que de peras. Vende las manzanas con un 30% de ganancia sobre el costo y las peras con un 25% de ganancia sobre el costo. Si el total de la venta fue $570, ¿cuántos kilogramos de cada fruta compró?

Pregunta No. 5

Instrucciones Generales: Para cada ejercicio, resuelve el problema mostrando todos los cálculos y razonamientos detallados. Dibuja diagramas claros si es útil para tu comprensión y explicación.

1. Cilindro Inscrito en una Esfera (Optimización sin Cálculo):

Demuestra que el cilindro circular recto de mayor volumen que puede inscribirse en una esfera de radio R tiene una altura h = $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ y un radio de base r = $R\sqrt{\frac{2}{3}}$. Calcula ese volumen máximo.

2. Cono Inscrito en una Esfera (Optimización sin Cálculo):

Encuentra las dimensiones (radio de base y altura) del cono circular recto de mayor volumen que puede inscribirse en una esfera de radio R. Calcula ese volumen máximo en términos de R.

3. Pirámide Truncada y Problema Inverso:

Un tronco de pirámide recta tiene bases cuadradas. La arista de la base inferior es A y la de la base superior es a. La altura del tronco es h.

a) Deduce una fórmula general para el volumen de este tronco de pirámide.

b) Si un tronco de pirámide tiene bases cuadradas de 10 cm y 4 cm de lado, y su volumen es 208 cm^3, calcula su altura.

4. Cubo y Esfera Tangentes/Inscritas/Circunscritas:

Un cubo de arista L tiene una esfera inscrita que es tangente a todas sus caras. A su vez, este cubo está inscrito en otra esfera.

a) Calcula el volumen de la esfera inscrita y de la esfera circunscrita en términos de L.

b) Demuestra la relación entre los radios de ambas esferas.

c) Si la región entre la esfera circunscrita y el cubo tiene un volumen de $125\left(\frac{4\pi}{\sqrt{3}}3-8\right)\ cm^3$, calcula el volumen de la esfera inscrita.

5. Prisma con Base Irregular y Perforación Cilíndrica:

Un bloque sólido tiene forma de prisma recto cuya base es un pentágono regular de lado s. La altura del prisma es h. A través de este bloque se realiza una perforación cilíndrica recta, centrada en el eje del prisma, con un radio r.

a) Expresa el volumen del bloque perforado en términos de s, h y r.

b) Si s=6 cm, h=10 cm y el volumen del material restante es $150\left(\frac{3}{\sqrt{3}}2-\pi\right)$ cm^3, calcula el radio r de la perforación.

6. Pirámide con Base Hexagonal Regular y Relaciones Angulares:

Una pirámide recta tiene una base hexagonal regular de lado L. La altura de la pirámide es H.

a) Calcula el volumen de la pirámide en términos de L y H.

b) Si una de las aristas laterales de la pirámide forma un ángulo de 45° con la base, expresa H en términos de L.

c) Con la condición del apartado b), calcula el área lateral de la pirámide.

7. Sólidos de Revolución Complejos:

Una región plana está delimitada por las curvas $y = x^2$ y $y = x$. Si esta región se hace rotar alrededor del eje y, calcula el volumen del sólido de revolución resultante. (Este problema puede requerir un enfoque similar a cálculo con arandelas o cascarones cilíndricos, pero se puede resolver con principios de volumen restando sólidos si se conoce el concepto de volumen de un paraboloide y un cono).

8. Tronco de Cono y Líquidos (Problema Inverso con Velocidad):

Un recipiente tiene forma de tronco de cono invertido. El radio de la base superior (abierta) es R_1, el radio de la base inferior es R_2 y la altura es H. Si el recipiente está inicialmente vacío y se

comienza a llenar con agua a una tasa constante de V litros por segundo, y se observa que tarda T segundos en llenarse hasta la mitad de su altura, ¿cuánto tiempo más tardará en llenarse completamente? Expresa la respuesta en términos de R_1, R_2, H y T.

9. Geometría del Espacio y Distancias Mínimas:

Considera un cubo de arista a. Calcula la distancia mínima entre una arista del cubo y la diagonal del cubo que no comparte ningún vértice con esa arista.

10. Desarrollos Planos de Sólidos y Áreas:

Un cono circular recto tiene un radio de base r y una altura h. Si su superficie lateral se extiende para formar un sector circular en un plano, calcula el ángulo central de este sector en radianes. Si el radio de este sector es 10 cm y el ángulo central es $\frac{4}{\pi}5$ radianes, calcula el volumen del cono original.

11. Prisma Oblicuo y Volumen:

Un prisma tiene una base cuadrada de lado L. La arista lateral forma un ángulo de 60° con el plano de la base y mide E. Calcula el volumen del prisma en términos de L y E.

12. Intersección de Planos en un Cubo:

En un cubo ABCDEFGH (donde ABCD es la base inferior y EFGH la superior, A está sobre E), considera el plano que pasa por los puntos medios de las aristas AB, BC y CG. Describe la sección que este plano forma con el cubo y calcula el área de esta sección en términos de la arista del cubo L.

13. Esfera y Cono Equivolumétricos/Equiaéreos:

Demuestra que si un cono y una esfera tienen el mismo volumen, entonces la altura del cono debe ser 4 veces el radio de la esfera, y el radio de la base del cono debe ser $\sqrt{3}$ veces el radio de la esfera.

14. Pirámide Irregular y Volumen (Método de Descomposición):

Una pirámide tiene como base un triángulo rectángulo isósceles con catetos de 6 cm. Su vértice está a 10 cm por encima del vértice del ángulo recto de la base. Calcula el volumen de esta pirámide.

15. Área de Superficie de Sólidos Compuestos Complejos:

Un silo tiene forma de cilindro con un cono en la parte superior y una semiesfera en la parte inferior. El cilindro tiene un radio de R y una altura de H. El cono tiene la misma base que el cilindro y una altura h_c. La semiesfera tiene el mismo radio R. Expresa el área de la superficie exterior total del silo en términos de R, H y h_c.

16. Volumen de Solido Resultante de Sustracción:

De un cubo de madera de 10 cm de arista se perfora un hueco cónico. El cono tiene su base en el centro de una cara del cubo y su vértice en el centro de la cara opuesta. Calcula el volumen de madera restante.

17. Cilindro con Tapa Semiesférica (Maximización de Capacidad/Superficie):

Una lata cilíndrica con tapa semiesférica (del mismo radio que el cilindro) tiene un volumen total de V. Encuentra las dimensiones (radio y altura del cilindro) que minimizan la superficie total del material utilizado.

18. Pirámide y Plano de Corte:

Una pirámide recta de base cuadrada de lado 12 cm y altura 18 cm es cortada por un plano paralelo a la base, a 6 cm de su vértice.

a) Calcula el volumen del tronco de pirámide resultante.

b) Calcula la relación entre el área de la sección transversal y el área de la base.

19. Problema de Densidad y Flotación/Volumen Sumergido:

Un tronco de madera cilíndrico tiene un diámetro de 30 cm y una longitud de 2 metros. Su densidad es 0.7 g/cm^3. Si se coloca en el agua (densidad 1 g/cm^3 ¿qué volumen del tronco queda sumergido en el agua? (Asume que flota horizontalmente).

20. Volumen de un Anillo Esférico (Segmento Esférico con un Agujero Cilíndrico):

Un anillo esférico es la parte de una esfera que queda después de perforar un agujero cilíndrico a través de su centro. Si el radio de la esfera es R y la altura del agujero cilíndrico es h (es decir, la longitud del cilindro es h), demuestra que el volumen del anillo esférico es $\frac{1}{6}\pi h^3$.

Nota: Por dificultades de edición, no pudimos incluir en este, todas las pruebas de ingreso, por lo que le facilitamos al interesado un documentos aparte que recopila varios de estos exámenes desde el curso 198 (se debe aclarar que este documento fue confeccionado por Brian Domínguez Matos, quien lo subió a es.scribd.com). Este documento se encuentra en el canal de Telegram del directorio.

Contacto

Ante cualquier duda con respecto al documento, la información que hay en él o cualquier otra interrogante o sugerencia que quiera hacer, nos puede contactar a través de las siguientes vías:

- Correo electrónico del directorio (solo para organizaciones): direstudiantil12e@gmail.com
- Grupo de Telegram del directorio: t.me/DirectorioDES
- Canal de Telegram del directorio: t.me/DirEstCanal
- Whatsapp-Secretario General: +53 55348708
- Número del teléfono fijo: 4784-4190 (Mayabeque)

Nota 1: En el grupo de Telegram del directorio, al igual que en el canal (este último más organizado), podrán encontrar diferentes documentos PDF, fotos y demás archivos que te ayudarán al estudio, al igual que actualizaciones y verificación de noticias con respecto al estudiantado cubano. Las especificaciones de su ambiente se encuentran en el Mensaje Fijado.

Nota 2: No se aceptan llamadas al número del celular del secretario, solo SMS o mensajes vía Whatsapp.

Nota 3: Si usted está estudiando alguna carrera, técnico, u obrero calificado, sería de gran ayuda que nos compartiera sus experiencias y si es posible, documentos con los cuales usted se apoya. Esto con el objetivo de poder hacérselo llegar a muchas más personas que pudiesen estar interesadas en lo que usted estudia, a la vez que le ayudaríamos a usted en su estudio, proporcionándole diferentes servicios (sección Nosotros)

Nosotros

El Directorio Estudiantil 12 de Enero es un movimiento estudiantil cubano, independiente, que lucha por una Reforma Cultural dentro y fuera del estudiantado.
Somos un grupo de jóvenes que se han propuesto fomentar la cultura en nuestra nación.
El directorio no tiene definición política, ni religiosa, sino que trata de divulgar de manera constante y perfeccionada con el tiempo, los valores que todo hombre y mujer en esta tierra debe seguir. Tratamos cada tema con pinzas.
Nuestro objetivo es ayudar principalmente a los jóvenes estudiantes cubanos de cada enseñanza (y asesoría a padres/tutores), en su deber del estudio y otras actividades de desarrollo cultural.
Ofrecemos ayuda en **confección de trabajos (seminarios, trabajos prácticos y tenemos un equipo de ayuda en la revisión y realización de tesis, aunque se debe aclarar que nosotros solo podemos brindar ayuda desde el aspecto auxiliar, ya que no está dentro de nuestros objetivos ni dentro de nuestros límites el ofrecer servicios de realización completa, es decir, hacer todo el trabajo por usted)**, **búsquedas por el internet**, **talleres de cultura general**, **repasos para pruebas**, **ayuda en resúmenes de contenido**, **verificación de información** y hasta la **divulgación de artículos** en las ciencias o trabajos de humanidades, ya que contamos con dos blogs (no revistas): ¨Escribir en Ciencia¨ y ¨Escribir en Homo¨. En los cuales, fomentamos el desarrollo de talentos por toda Cuba, siendo una antesala para futuras publicaciones en revistas cubanas profesionales, como la Revista Cubana de Física, o internacionales como Scielo.
Tratamos de ayudar a cada joven ansioso de conocer más.
Solo existe una forma de pago por nuestros servicios, y es el interés de cada uno en el conocimiento y su desarrollo como persona.
Si quiere saber más de nosotros, quiere apoyarnos, o quiere ayuda en algún tema o solo quiere hablar, **contáctenos**, en la sección Contacto está toda la información.

¨No hay que ser bueno para realizar buenos actos¨

DES
12 DE ENERO

Directorio Estudiantil 12 de Enero